

УДК 372.851
ББК 22.1

DOI: 10.31862/1819-463X-2024-2-95-105

ШКОЛЬНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ: традиции и современность

С. Д. Каракозов, В. А. Смирнов

Аннотация. В статье рассматривается становление и развитие отечественного школьного математического образования советского (XX в.) и российского (XX–XXI в.) периодов – различные подходы, существовавшие учебники, происходившие в нем реформы, среди которых: реформы первой половины XX в.; реформа А.Н. Колмогорова (1970-е гг.); реформа А. Н. Тихонова (1980-е гг.); дифференцированное обучение (1990-е гг.); введение ЕГЭ по математике (2001 г.); утверждение концепции развития математического образования в РФ (2013 г.); введение новых федеральных государственных образовательных стандартов и федеральных образовательных программ (2022 г.); принятие решения о единых учебниках математики (2023 г.). Анализируются достижения и проблемы, которые имелись в эти периоды и которые имеются сегодня. Предлагаются меры по повышению качества школьного математического образования и усиления мотивации учащихся к выбору профессий, связанных с математикой, в том числе обновление концепции развития математического образования в Российской Федерации, обращается особое внимание на меры по ее реализации.

Ключевые слова: школьное математическое образование, традиции, проблемы, концепция развития математического образования, федеральный государственный стандарт общего образования, единые учебные материалы.

Для цитирования: Каракозов С. Д., Смирнов В. А. Школьное математическое образование: традиции и современность // Наука и школа. 2024. № 2. С. 95–105. DOI: 10.31862/1819-463X-2024-2-95-105.

© Каракозов С. Д., Смирнов В. А., 2024



Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License
The content is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

SCHOOL MATHEMATICS EDUCATION:
Traditions and Modernity

S. D. Karakozov, V. A. Smirnov

Abstract. *The article examines the formation and development of school mathematical education of the Soviet (20th century) and Russian (20th-21st century) periods – various approaches, existing textbooks, reforms that took place in it, including reforms of the first half of the 20th century; the reform of A. N. Kolmogorov (1970s); the reform of A. N. Tikhonov (1980s); differentiated education (1990s); the introduction of the Unified State Exam in mathematics (2001); the concept for the development of mathematical education approval in the Russian Federation (2013); the introduction of new federal state educational standards and federal educational programs (2022); the adoption of the decision on unified mathematics textbooks (2023). The achievements and problems that existed during these periods and that exist today are analyzed. Measures are proposed to improve the quality of school mathematics education and strengthen the motivation of students to choose professions related to mathematics, including updating the concept of mathematical education development in the Russian Federation, paying special attention to measures for its implementation.*

Keywords: *school mathematical education, traditions, problems, the concept of mathematical education development, the federal state standard of general education, unified educational materials.*

Cite as: Karakozov S. D., Smirnov V. A. School mathematics education: traditions and modernity. *Nauka i shkola*. 2024, No. 2, pp. 95–105. DOI: 10.31862/1819-463X-2024-2-95-105.

Сегодня вопрос о том, каким у нас будет школьное математическое образование, приобретает особую важность. От ответа на него во многом зависит будущее России, так как математическое образование лежит в основе не только естественнонаучного, но и гуманитарного образования подрастающего поколения, поскольку именно математическое образование развивает мышление, необходимое каждому человеку.

В условиях, когда компьютеризация, роботизация, искусственный интеллект и т. п. проникают во все сферы человеческой деятельности, значение хорошего математического образования для всех не только не уменьшается, но и возрастает, поскольку роботизация и искусственный интеллект позволяют сократить неквалифицированный труд, а квалифицированный труд требует хорошего образования.

В прошлом веке в СССР была создана система школьного математического образования для всех, которая многими признавалась одной из лучших в мире.

Она подробно описана в замечательной книге Ю. М. Колягина «Русская школа и математическое образование: наша гордость и наша боль» [1].

О результатах школьного математического образования того времени свидетельствуют научные и инженерные достижения страны. Именно эти достижения спасли СССР от ядерной агрессии, которую планировали западные страны в конце 1940-х – начале 1950-х гг.

В настоящее время ситуация в мире не менее сложная. Угрозы исходят не только от ядерного оружия, но и от химических, биологических, экологических, кибернетических и других видов вооружений.

Для их предотвращения, для обеспечения суверенитета России необходимо развивать соответствующие научные направления и технологии. Без хорошего школьного математического образования это сделать невозможно.

К сожалению, в последние годы в школьном математическом образовании стали накапливаться проблемы, среди которых:

- снижение качества школьного математического образования;
- сокращение числа выпускников школы, выбирающих свою профессию, связанную с математикой.

Решению этих проблем может помочь накопленный опыт отечественного математического образования и подготовка грамотного, высококвалифицированного и мобильного учителя математики, чему в Московском педагогическом государственном университете исторически уделялось и уделяется особое внимание, учитывая не только актуальные директивы сверху, но и потребности учителей математики в массовой школе [2–6].

Конечно, нельзя просто вернуться к математическому образованию прошлого века. Нужно взять из него то, что сегодня может помочь повышению качества школьного математического образования и увеличению числа учащихся, выбирающих профессию, связанную с математикой.

Сейчас говорят, что в СССР были единые учебники математики, что возврат к единым учебникам позволит повысить качество математического образования.

Это не совсем так. В разное время были различные учебники алгебры и геометрии. В первой половине прошлого века авторами учебников математики были известные ученые, специалисты области школьной математики. Среди них авторами учебников алгебры были: П. С. Александров, А. Н. Барсуков, С. С. Державин, Н. Извольский, А. П. Киселев, А. Н. Колмогоров и др. Авторами учебников геометрии были: К. С. Барыбин, Н. А. Глаголев, Н. Н. Никитин и др.

В этих учебниках предлагались различные методики обучения математике. Учитель, руководствуясь целями обучения, интересами, особенностями и способностями учащихся, своими предпочтениями, мог выбрать соответствующий учебник.

Различные учебники математики поддерживались учебниками и пособиями по методике обучения математике. Среди их авторов были: К. С. Барыбин, Е. С. Березанская, Н. М. Бескин, В. М. Брадис, К. Ф. Лебединцев, С. Н. Шохор-Троцкий, В. Г. Чичигин и др.

С 1923 г. издавался научно-теоретический и методический журнал для учителей математики, который с 1937 г. стал называться «Математика в школе». Редактор А. Н. Барсуков (до 1958 г.), Р. С. Черкасов (1958–1994), А. И. Верченко (1994–2012), Е. А. Бунимович (с 2012 по н. в.).

Журнал «Математика в школе» был в каждой школе. В нем отслеживались все изменения в отечественной системе математического образования. На его страницах учителя, методисты, педагоги, ученые делились своими методами обучения математике. Авторы учебников рассказывали о методических идеях, заложенных в их пособиях, об особенностях работы с ними.

Большое внимание в то время уделялось подготовке учителей математики в педагогических вузах. Это было отражено в программах по математике для педагогических вузов.

Согласно программе по элементарной математике, на I курсе изучалась арифметика. Рекомендованным учебником был учебник В. М. Брадиса.

На II курсе изучалась элементарная геометрия. Рекомендованными учебниками были учебники Д. И. Перепелкина.

На III курсе изучалась элементарная алгебра и учебником был учебник С.И. Новоселова.

На IV курсе изучалась тригонометрия и элементы сферической геометрии. Рекомендованными учебниками были учебники С. И. Новоселова.

В 1970-х гг. началась реформа школьного математического образования, инициированная академиком А. Н. Колмогоровым. Одной из главных ее целей было повышение научного уровня изложения материала в школьных учебниках математики.

Изменения в содержании школьного обучения математике были весьма радикальными.

Курс арифметики в 5–6-х классах был заменен курсом математики, построенном на основе понятия множества.

Курс алгебры основной школы также строился на понятии множества, а также понятиях соответствия и функции.

В курсе геометрии основной школы геометрические фигуры рассматривались как множество точек, а понятие равенства фигур было заменено на понятие конгруэнтности.

В курсе алгебры и начал анализа в старших классах рассматривались понятия предела, производной, первообразной и определенного интеграла.

Курс стереометрии в старших классах предполагалось строить на векторной основе.

Были написаны соответствующие учебники для 6–8-х и 9–10-х классов.

Реформа школьного математического образования затронула и высшее педагогическое образование.

Больше внимания в подготовке учителя математики стало уделяться высшей математике, а из учебных планов педвузов был исключен курс элементарной математики и заменен небольшим практикумом по решению задач.

Считалось, что хорошая подготовка студентов в области высшей математики является надежной основой подготовки учителя математики.

Именно такая подготовка была на математическом факультете МПГИ им. В.И. Ленина с конца 1960-х гг.

Некоторое время она давала хорошие результаты. Однако начиная с 1990-х гг. в подготовке учителя математики стали накапливаться проблемы. На это обращали внимание не только работники образования, но и математики.

Так, в решении Ученого Совета Математического института им. В. А. Стеклова от 26 сентября 2001 г. говорится:

«Ученый Совет отмечает неудовлетворительное состояние подготовки учителей математики в педагогических высших учебных заведениях. Необходима разгрузка программы педвузов и их конкретная ориентация на будущую работу учителя». Позднее аналогичное решение было принято общим собранием Отделения математических наук РАН.

Учитывая это, в 2002 г. на математическом факультете МПГУ приказом ректора В. Л. Матросова была образована кафедра элементарной математики, задачей которой было повышение качества подготовки учителей математики в области элементарной математики.

Несмотря на то что идеи, заложенные в реформу школьного математического образования, были современными, а написанием школьных учебников математики занимались видные ученые математики и педагоги, результаты этой реформы оказались катастрофическими.

В 1978 г. решением Министерства просвещения была образована специальная комиссия под руководством академика А. Н. Тихонова, которой было поручено

подготовить новую программу по математике для 4–10-х классов и начать работу над новыми школьными учебниками математики.

По результатам конкурса были отобраны учебники:

- алгебры, авторы: Ю. Н. Макарычев и др., Ш. А. Алимов и др.;
- геометрии, авторы: Л. С. Атанасян и др., А. В. Погорелов, А. Д. Александров и др.

В этих учебниках предлагались различные подходы к обучению математике.

Например, в учебниках геометрии Л. С. Атанасяна и др. допускались определения, использующие рисунок, и доказательства, использующие перегибания листа бумаги, наложение и т. д.

В учебниках А. Д. Александрова, А. В. Погорелова формулировались аксиомы, давались строгие математические определения основных понятий, основанных на аксиомах, приводились строгие математические доказательства.

Учитель, исходя из своих предпочтений, способностей, интересов и склонностей учащихся, мог выбрать тот или иной учебник геометрии.

В конце 1980-х гг. началась новая реформа школьного образования, связанная с введением дифференцированного обучения.

Издательства «Просвещение», «Дрофа», «Мнемозина» активно включились в подготовку новых учебников математики. Были написаны и изданы соответствующие учебники математики, которые прошли экспертизу Федерального экспертного совета и вошли в Федеральный перечень учебников.

Среди них учебники алгебры авторов: Г. В. Дорофеев и др., С. М. Никольский и др., Г. К. Муравин и др., А. Г. Мордкович и др., Н. Я. Виленкин и др. Учебники геометрии авторов: И. Ф. Шарыгин, Е. В. Потоскуев и др., И. М. Смирнова и др.

Наличие различных издательств, различных школьных учебников математики создавало реальную конкурентность, которая обеспечивала вариативность школьного математического образования, отвечающую различным способностям, склонностям и интересам учащихся, предпочтениям учителей математики.

Авторы учебников проводили для учителей консультации, семинары, курсы повышения квалификации, выступали на конференциях; писали методические пособия, рабочие тетради, другую методическую литературу.

В 2001 г. в школе был введен единый государственный экзамен (ЕГЭ) по математике. Был отменен устный экзамен по математике. Это изменило приоритеты обучения математике. Результаты обучения школьников стали оцениваться результатами ЕГЭ. Это существенным образом сказалось на качестве обучения математике. Главным стало умение решать типовые задачи из открытого банка заданий.

Конечно, умение решать типовые задачи является важным результатом обучения математике, однако математическое образование подрастающего поколения не должно сводиться только к этому. Оно должно включать представления о математике как науке, что предполагает:

- знание определений основных понятий математики, умение формулировать определения, распознавать верные и неверные определения, приводить примеры и контрпримеры, устанавливать объект по его определению, по данному объекту формулировать его определение;
- знание основных свойств и теорем математики, умение проводить их доказательства, распознавать верные и неверные утверждения, находить ошибки в доказательствах, приводить примеры и контрпримеры;
- знакомство с историей развития математики, некоторыми современными направлениями ее развития и приложениями.

Именно эти умения проверялись на устных экзаменах по математике. Они были важны для всех учащихся, но особенно для тех, которые собирались поступать в университеты, где изучается высшая математика, где также были устные экзамены по математике.

В 2013 г. была утверждена концепция развития математического образования Российской Федерации [7].

В ней отмечалось значение математики в современном мире и в России; указывались проблемы развития математического образования, среди которых проблемы мотивационного характера, содержательного характера и кадровые проблемы; формулировались цели и задачи концепции и намечались основные направления ее реализации; говорилось, что реализация этой концепции «ускорит развитие не только математики, но и других наук и технологий, позволит России достигнуть стратегической цели и занять лидирующее положение в мировой науке, технологии и экономике» [7].

К сожалению, полноценной реализации этой концепции не произошло, а проблемы, указанные в ней, не только не были решены, но и обострились.

В 2022 г. был утвержден новый Федеральный государственный образовательный стандарт [8] и принята Федеральная государственная образовательная программа основного общего образования [9], которые задают направление развития школьного математического образования в XXI в.

Отметим, что эти документы были разработаны до известных событий начала 2022 г. и не вполне отвечают изменившейся международной обстановке.

Авторы Федеральной государственной образовательной программы основного общего образования неизвестны. Ее обсуждение не проводилось. Предложения и замечания принимались по электронной почте, однако окончательный вариант программы ничем не отличается от первоначального.

Об алгебраической части этой программы подробно высказывались и писали П. В. Семенов, А. В. Шевкин и др.

О геометрической части программы в журнале «Математика в школе» была опубликована статья В. А. Смирнова и И. М. Смирновой [10].

В этой статье указывались недостатки программы и предлагалась программа, в которой этих недостатков не было.

Укажем на некоторые из них.

В программе предлагается разделение обучения математике на базовый и углубленный уровни, начиная с 7-го класса.

В связи с этим возникает много вопросов:

- В чем его необходимость?
- Какова цель такого разделения?
- Как это согласуется с возрастными особенностями учащихся?
- Не повлечет ли такое разделение снижение качества обучения математике на базовом уровне?

Имеется много учащихся с хорошими общими способностями. В 6-м классе они еще не могут определить, на каком уровне обучения им в их жизни понадобится математика. Психологи утверждают, что интересы учащихся формируются только к 10-му классу. Кроме того, такое разделение обучения в 7–9-х классах может не зависеть от самого ученика, а определяться школой, в которой он учится.

Цели математического образования, которые сформулированы в программе, также вызывают вопросы.

Так, например, в качестве единственной цели обучения геометрии не только на базовом, но и на углубленном уровне указывается «использование ее как инструмента при решении как математических, так и практических задач, встречающихся в реальной жизни».

Напомним, что академик А. В. Погорелов в одном из первых изданий своего школьного учебника геометрии писал о том, что «главная задача преподавания геометрии в школе – научить учащихся логически рассуждать, аргументировать свои утверждения, доказывать; очень немногие из оканчивающих школу будут математиками, тем более геометрами; будут и такие, которые в своей практической деятельности ни разу не воспользуются теоремой Пифагора; однако вряд ли найдется хотя бы один, которому не придется рассуждать, анализировать, доказывать».

Н. Ф. Четверухин подчеркивал важность развития пространственных представлений для всех учащихся вне зависимости от направления их дальнейшего образования и выбора будущей профессии. «Хорошее пространственное воображение нужно конструктору, создающему новые машины, геологу, разведывающему недра земли, архитектору, сооружающему здания современных городов, хирургу, производящему тончайшие операции среди кровеносных сосудов и нервных волокон, скульптору, художнику и т. д.».

В. Г. Болтянский говорил о том, что «природа геометрии предоставляет богатые возможности для воспитания у школьников эстетического чувства красоты в самом широком значении этого слова. Красота геометрии заключается в ее проявлениях в живой природе, архитектуре, живописи, декоративно-прикладном искусстве, строительстве и т. д., а также в смелых, оригинальных, нестандартных доказательствах, выводах и решениях».

В программе отсутствуют разделы, которые были в более ранних программах. Например, в примерной программе основного общего образования 2009 г. были разделы:

- «Элементы логики», где говорилось об аксиомах и теоремах, видах доказательств, примерах и контрпримерах и др.
- «Математика в историческом развитии», где указывались основные этапы развития математики, перечислялись имена известных ученых и их достижения.

Также в программе отсутствуют:

- 1) приложения математики;
- 2) научно-популярные вопросы;
- 3) современные направления развития математики;
- 4) использование компьютерных программ при обучении математике.

В 2022 г. вышли учебники по алгебре и геометрии издательства «Просвещение»:

1. Алгебра 7, 8, 9. Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков и другие; под ред. С. А. Теляковского.
2. Математика: алгебра и начала математического анализа, 10–11 классы. Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева и др.
3. Геометрия, 7–9 классы. Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.
4. Математика: геометрия, 10–11 классы. Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.

Таким образом, на смену вариативности образования, наличие различных учебников, различных авторских коллективов, различных подходов и методик обучения математике пришли единые учебники математики, которые были написаны более 40 лет назад и с тех пор фактически не изменялись.

Вариативность образования позволяла не только реализовывать различные методики обучения математике, учитывать различные предпочтения учителей математики, соответствовать различным интересам, склонностям и способностям учащихся, но и создавала конкуренцию между издательствами и авторскими коллективами, способствовала совершенствованию учебников и методик обучения математике.

Отказ от вариативности может привести к потере не только учебников, которые до этого входили в федеральный перечень, но и авторских коллективов, много лет занимавшихся вопросами школьного математического образования. Фактически авторские коллективы лишаются возможности представления своих учебников математики.

Кроме того, сорокалетний опыт использования перечисленных выше учебников Федерального перечня учебников не дает однозначного ответа вопрос о том, будет ли работа по этим учебникам способствовать повышению качества математического образования, поскольку за время работы школ по этим учебникам качество математического образования школьников снижалось. Особенно это коснулось геометрии.

Так, например, в 2023 г. стереометрическую задачу № 13 ЕГЭ по математике полностью решило менее 1% учащихся, сдававших ЕГЭ на профильном уровне.

В случае если снижение уровня геометрического образования будет происходить и дальше, то это может дать основание для сокращения содержания обучения геометрии, ликвидации систематического курса геометрии. Это, безусловно, скажется на всей системе естественнонаучного образования, что может привести к необратимым последствиям.

23–24 ноября 2023 г. состоялся Всероссийский съезд учителей и преподавателей математики, который прошел в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова (см. <https://event.msu.ru/mct2023/program>). На нем много говорилось о значении школьного математического образования и его проблемах.

В частности, ректор МГУ им. М. В. Ломоносова В. А. Садовничий в своем пленарном докладе (см. <https://event.msu.ru/mct2023#live>) говорил о большом значении школьного курса геометрии не только для математического, но и для естественнонаучного образования школьников; призвал расширить в заданиях ОГЭ и ЕГЭ проверку логических и геометрических навыков. Он отметил, что курс классической геометрии – это жемчужина наследия советской школы, у истоков которой стояли А. Н. Колмогоров и А. В. Погорелов. По его словам, «классическая геометрия – это уникальный инструмент развития не только математических, но и инженерных навыков. Ребенок, исследуя геометрические конструкции, знакомится с подлинным математическим творчеством. Не зря у Академии Платона был такой девиз: «Да не войдет не знающий геометрии!».

Еще одной проблемой, о которой говорилось на этом съезде, является снижение интереса учащихся к естественно-математическому образованию. Об этом свидетельствует, например, уменьшение количества учащихся, выбирающих профильный уровень ЕГЭ по математике. Это самым негативным образом сказывается и на подготовке научных и инженерных кадров в высших учебных заведениях.

В связи с этим В. А. Садовничий [11] предложил обратить внимание на мотивацию получения учащимися естественно-математического образования и «обновить концепцию развития математического образования в Российской Федерации, утвержденную 24 декабря 2013 года, учитывая современные задачи и вызовы, а также национальные цели развития страны до 2030 года».

С целью решения перечисленных выше проблем мы считаем необходимым предпринять следующие меры.

1. Обновить концепцию развития математического образования в Российской Федерации, обратив особое внимание на меры по ее реализации.
2. Продолжить работу по совершенствованию Федеральных образовательных программ по математике. Вместо имеющихся программ по математике базового и углубленного уровней разработать программу по математике для основного общего образования и программу по математике для классов с углубленным обучением математике. Привлечь к работе над этими программами ведущих специалистов в области школьного математического образования – математиков, педагогов, авторов учебников и др.
3. Предусмотреть в Федеральном перечне наличие нескольких учебников по математике, реализующих различные методики обучения математике. Отбор учебников производить на конкурсной основе.
4. Восстановить устный экзамен по геометрии по окончании 9-го класса, который был до введения ЕГЭ.
5. Повысить уровень предметной подготовки по математике и методике обучения математике студентов педагогических вузов.
6. Принять меры по пропаганде образования и науки, повышению престижа работников этих сфер, повышению мотивации учащихся к естественно-математическому образованию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колягин Ю. М.* Русская школа и математическое образование: Наша гордость и наша боль. М.: Просвещение, 2001. 318 с.
2. Проблемы школьного математического образования глазами учителей и преподавателей вузов: результаты опросов / Н. Н. Самылкина, Е. А. Седова, С. Д. Каракозов [и др.] // Математика в школе. 2017. № 2. С. 36–44.
3. О направлениях совершенствования математической подготовки педагогов в Российской Федерации и механизмах их реализации / Л. Л. Босова, С. Д. Каракозов, С. А. Поликарпов [и др.] // Актуальные проблемы развития математического образования в школе и вузе: материалы IX междунар. науч.-практ. конф. / под ред. Э. К. Брейтигам, И. В. Кисельникова. Барнаул: АлтГПУ, 2017. С. 56–62.
4. Математическое образование и цифровые компетенции / С. Д. Каракозов, С. А. Поликарпов, Н. И. Рыжова, Е. А. Седова // Фундаментальные проблемы гуманитарных наук: опыт и перспективы развития исследовательских проектов РФФИ: материалы всерос. науч. конф. с междунар. участием / науч. ред. Н. А. Матвеева, отв. ред. Т. П. Сухотерина. Барнаул: Алтайский гос. пед. ун-т, 2020. С. 371–374.
5. *Смирнов В. А.* О предметной подготовке учителя математики в условиях цифровой трансформации образования // Актуальные проблемы обучения математике в школе и вузе: от науки к практике. К 80-летию со дня рождения В. А. Гусева: материалы VII Междунар. науч.-практ. конф. / под ред. М. В. Егуповой. М., 2022. С. 262–268.
6. *Смирнова И. М., Смирнов В. А.* Методика обучения математике: вчера, сегодня, завтра // Педагогическое образование и наука. 2015. № 1. С. 76–79.
7. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. URL: <http://static.government.ru/media/files/41d4b63b1dd474c16d7a.pdf> (дата обращения: 16.12.2023).

8. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. URL: https://fgosreestr.ru/educational_standard/federalnyi-gosudarstvennyi-obrazovatelnyi-standart-osnovnogo-obshchego-obrazovaniia-2 (дата обращения: 16.12.2023).
9. Федеральная образовательная программа основного общего образования. URL: <https://fgosreestr.ru/poop/federalnaia-obrazovatelnaia-programma-osnovnogo-obshchego-obrazovaniia-utverzhdena-prikazom-minprosvshcheniia-rossii-ot-18-05-2023-pod-370> (дата обращения: 16.12.2023).
10. Смирнов В. А., Смирнова И. М. О примерной рабочей программе учебного курса «Геометрия». 7–9 классы // Математика в школе. 2022. № 3. С. 3–8.
11. Садовничий В. А. Размышления математика и ректора: избр. выступления. М.: Изд-во МГУ им. М.В. Ломоносова, 2021. 392 с.

REFERENCES

1. Kolyagin Yu. M. *Russkaya shkola i matematicheskoe obrazovanie: Nasha gordost i nasha bol.* Moscow: Prosvshchenie, 2001. 318 p.
2. Samylkina N. N., Sedova E. A., Karakozov S. D. et al. Problemy shkolnogo matematicheskogo obrazovaniya glazami uchiteley i prepodavateley vuzov: rezultaty oprosov. *Matematika v shkole.* 2017, No. 2, pp. 36–44.
3. Bosova L. L., Karakozov S. D., Polikarpov S. A. O napravleniyakh sovershenstvovaniya matematicheskoy podgotovki pedagogov v Rossiyskoy Federatsii i mekhanizмах ikh realizatsii. In: Aktualnye problemy razvitiya matematicheskogo obrazovaniya v shkole i vuze. *Proceedings of the IX International scientific-practical conference.* Ed. by E. K. Breytigam, I. V. Kiselnikova. Barnaul: AltGPU, 2017. Pp. 56–62.
4. Karakozov S. D., Polikarpov S. A., Ryzhova N. I., Sedova E. A. Matematicheskoe obrazovanie i tsifrovye kompetentsii. In: Fundamentalnye problemy gumanitarnykh nauk: opyt i perspektivy razvitiya issledovatel'skikh projektov RFFI. *Proceedings of All-Russian scientific conference with international participation.* Ed. by N. A. Matveeva, T. P. Sukhoterina. Barnaul: Altayskiy gos. ped. un-t, 2020. Pp. 371–374.
5. Smirnov V. A. O predmetnoy podgotovke uchitelya matematiki v usloviyakh tsifrovoy transformatsii obrazovaniya. In: Aktualnye problemy obucheniya matematike v shkole i vuze: ot nauki k praktike. K 80-letiyu so dnya rozhdeniya V. A. Guseva. *Proceedings of the VII International scientific-practical conference.* Ed. by M. V. Egupova. Moscow, 2022. Pp. 262–268.
6. Smirnova I. M., Smirnov V. A. Metodika obucheniya matematike: vchera, segodnya, zavtra. *Pedagogicheskoe obrazovanie i nauka.* 2015, No. 1, pp. 76–79.
7. Kontseptsiya razvitiya matematicheskogo obrazovaniya v Rossiyskoy Federatsii. Available at: <http://static.government.ru/media/files/41d4b63b1dd474c16d7a.pdf> (accessed: 16.12.2023).
8. Federalnyy gosudarstvennyy obrazovatelnyy standart osnovnogo obshchego obrazovaniya. Available at: https://fgosreestr.ru/educational_standard/federalnyi-gosudarstvennyi-obrazovatelnyi-standart-osnovnogo-obshchego-obrazovaniia-2 (accessed: 16.12.2023).
9. Federalnaya obrazovatel'naya programma osnovnogo obshchego obrazovaniya. Available at: <https://fgosreestr.ru/poop/federalnaia-obrazovatelnaia-programma-osnovnogo-obshchego-obrazovaniia-utverzhdena-prikazom-minprosvshcheniia-rossii-ot-18-05-2023-pod-370> (accessed: 16.12.2023).

10. Smirnov V. A., Smirnova I. M. O primernoy rabochey programme uchebnogo kursa "Geometriya". 7–9 klassy. *Matematika v shkole*. 2022, No. 3, pp. 3–8.
11. Sadovnichiy V. A. *Razmyshleniya matematika i rektora: izbr. vystupleniya*. Moscow: Izd-vo MGU im. M.V. Lomonosova, 2021. 392 p.

Каракозов Сергей Дмитриевич, доктор педагогических наук, профессор, директор Института математики и информатики, Московский педагогический государственный университет

e-mail: sd.karakozov@mpgu.su

Karakozov Sergey D., ScD in Education, Full Professor, Head, Institute of Mathematics and Informatics, Moscow Pedagogical State University

e-mail: sd.karakozov@mpgu.su

Смирнов Владимир Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой элементарной математики и теории чисел, Московский педагогический государственный университет

e-mail: va.smirnov@mpgu.su

Smirnov Vladimir A., ScD in Physics and Mathematics, Full Professor, Head, Elementary Mathematics and Number Theory Department, Moscow Pedagogical State University

e-mail: va.smirnov@mpgu.su

Статья поступила в редакцию 18.12.2023
The article was received on 18.12.2023