УДК 378
ББК 74.48

DOI: 10.31862/1819-463X-2020-5-58-66

ПРЕПОДАВАНИЕ ГЕОМЕТРИИ В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ НА ОСНОВАНИИ ГЕНЕТИЧЕСКОГО ПОДХОДА

С. Л. Атанасян, И. С. Сафуанов

Аннотация. *В работе рассматривается генетический подход к обучению математике и применение его к преподаванию геометрии. Он связан с генетической разработкой важных математических понятий, включающей анализ предмета с исторической, логико-эпистемологической, психологической и социокультурной точек зрения, с выявлением логических генеалогий понятий и теорем. Обосновывается важность такого рода подхода к методике преподавания базового курса геометрии на математических отделениях педагогических вузов в свете требований Концепции математического образования в Российской Федерации. В статье рассматриваются приложения генетического подхода к преподаванию одного из разделов курса геометрии, а именно «Элементы геометрии Лобачевского», более конкретно к его части, в которой рассматриваются утверждения, равносильные аксиоме параллельности элементарной евклидовой геометрии.*

Ключевые слова: *геометрия, методика обучения математике, генетический подход к преподаванию геометрии, принципы преподавания на основе генетического подхода.*

TEACHING GEOMETRY IN A PEDAGOGICAL UNIVERSITY BASED ON THE GENETIC APPROACH

S. L. Atanasyan, I. S. Safuanov

Abstract. *The article considers the genetic approach to teaching mathematics and its application to teaching geometry. It involves the genetic development of important mathematical concepts, including the analysis of the subject from the historical, logical and epistemological, psychological and socio-cultural points of view, and the identification of logical genealogies of concepts and theorems. The importance of this type of approach to the method of teaching a basic course of geometry in the mathematical departments of pedagogical universities is substantiated within the framework of the Concept of Mathematical Education* *in the Russian Federation. The article deals with the applications of the genetic approach to teaching one of the sections of the geometry course, namely „Elements of Lobachevsky's Geometry", more specifically to its part, which deals with the statements equivalent to the axiom of parallelism of elementary Euclidean geometry.*

Keywords: *geometry, methods of teaching mathematics, genetic approach to teaching geometry, principles of teaching based on the genetic approach.*

Введение

Распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. была утверждена Концепция математического образования в Российской Федерации, в которой представлены система взглядов на ее базовые принципы, цели, задачи и основные направления развития [1]. Мы не будем разбирать положение Концепции, в свое время они были подробно обсуждены в статьях, на конференциях, семинарах и т. п. Остановимся только на одном из ее положений, а именно на проблемах подготовки учителей. Декларируется, что «в Российской Федерации не хватает учителей и преподавателей образовательных организаций высшего образования, которые могут качественно преподавать математику, учитывая, развивая и формируя учебные и жизненные интересы различных групп обучающихся. Сложившаяся система подготовки, профессиональной переподготовки и повышения квалификации педагогических работников не отвечает современным нуждам» [1]. Со времени принятия Концепции прошло более шести лет, но существенного улучшения как математического образования, так и, в частности, подготовки учителей не произошло. Более того, зачастую делается вывод, что происходит ухудшение ситуации за счет усиления формализма, ухудшения условий труда преподавателей высшей школы, материально-техническая база не развивается и существенно отстает по своему оснащению от средних учебных заведений. Хотя в Концепции провозглашается усиление фундаментальной математической подготовки, происходит ее ослабление, что вытекает из анализа учебных планов и рабочих программ дисциплин.

Курс геометрии занимает в подготовке будущего учителя особое место. Наравне с курсом математического анализа и алгебры он представляет собой один из столпов, на которых основывается математическая подготовка студентов педагогических вузов. Особенность этого курса заключается в том, что он всеми своими разделами по своей программе ориентирован на школьный курс геометрии. А в школе геометрия – одна из самых сложных дисциплин, которая вызывает наибольшие трудности в своем освоении у школьников. В настоящей статье мы рассмотрим один из основных принципов преподавания геометрии, а именно генетический подход к ее изложению. Также приведем приложение этого принципа к одному из разделов курса.

Принцип генетического подхода

Генетический подход к обучению математике [2; 3] объединяет педагогические и философские идеи Г. В. Лейбница [4], Ф. А. В. Дистервега [5], А. Пуанкаре [6], психологические открытия школ Ж. Пиаже [7] и Л. С. Выготского [8], а также богатый опыт практики математического образования. Принцип генетического подхода в преподавании математики требует, чтобы метод преподавания предмета был основан, насколько это возможно, на естественных способах и методах познания, присущих науке. Учение должно следовать путям развития знаний. Анализируя различные интерпретации генетического подхода к преподаванию математики в теории и истории математического образования и учитывая современный опыт обучения математике и новейшие достижения психологии и методики преподавания математики, можно раскрыть содержание и особенности генетического подхода к обучению геометрии.

Мы будем называть преподавание математической дисциплины генетическим, если оно соответствует естественным путям возникновения и применения математической теории. Принимая во внимание многочисленные описания генетического подхода в литературе по математике, достижения теории познания, а также теории, практики и психологии математического образования, мы можем сделать вывод, что генетическое обучение математике должно обладать следующими свойствами: генетическое обучение основано на ранее полученных знаниях, опыте и уровне мышления учащихся; для изучения новых тем и понятий используются проблемные ситуации и широкие контексты (соответствующие опыту учащихся) нематематического или математического содержания; в обучении широко используются различные задачи и естественно возникающие вопросы, на которые ученики должны отвечать самостоятельно, с минимально необходимой эффективной помощью учителя; строгим и абстрактным рассуждениям должны предшествовать интуитивные или эвристические соображения; построение теорий и понятий высокого уровня абстракции может быть правильно осуществлено только после накопления достаточного (определяемого путем тщательного анализа) запаса примеров, фактов и утверждений на более низком уровне абстракции; должно осуществляться постепенное обогащение изучаемых математических объектов взаимосвязями с другими объектами, рассмотрение изучаемых объектов и результатов с новых точек зрения, в новых контекстах [9].

Как указывает Э. Х. Виттманн [10, с. 278], генетический принцип должен использовать результаты как генетической эпистемологии Ж. Пиаже, так и советской психологии, основанной на концепции деятельности. Обобщая не противоречащие друг другу результаты двух теорий, касающихся построения и развития понятий в учебном процессе, можно за психологические основы генетического подхода к обучению математике взять следующие принципы психологии образования:

1. Принцип проблемно-ориентированного обучения. С. Л. Рубинштейн писал: «Мышление обычно начинается с проблемы или вопроса, с удивления или недоумения, с противоречия» [11, с. 369]. Это похоже на гипотезу Пиаже о нарушении баланса между ассимиляцией и аккомодацией. Л. С. Выготский [8, с. 168] указал в 1926 г., что необходимо создавать препятствия и трудности в обучении, одновременно предоставляя учащимся пути и средства для решения поставленных задач.

2. Принцип преемственности и наглядных представлений: вводя новое содержание, необходимо максимально использовать ранее сформированные когнитивные структуры и наглядные представления учащихся, знакомые контексты. Этот принцип связан с теорией развития научных понятий Л. С. Выготского [см., напр., 8, с. 86, 146], а также с его концепцией «зоны ближайшего развития».

3. Принцип целостности и системный подход: учение должно быть направлено на накопление учеником целостных систем когнитивных структур [12, с. 132]. Этот принцип также следует как из деятельностного подхода [8, с. 178–179, 270; 13, с. 327–328, 400], так и из теории операторных структур Пиаже [7].

4. Принцип «обогащения»: «Накопление и дифференциация опыта оперирования введенным понятием, расширение возможных аспектов понимания его содержания (путем включения его различных интерпретаций, увеличения числа переменных разной степени существенности, расширение межпонятийных связей, использование альтернативных контекстов его анализа и т. д.)» [14, с. 332].

5. Принцип «преобразования»: для выявления существенных свойств объекта, его сущности, «генетически исходного общего отношения» [13] необходимо подвергать этот объект мысленным преобразова-

ниям, проводить мысленные эксперименты, задавать вопросы типа: «Что будет с объектом, если?.. ».

Все эти компоненты генетического обучения математике могут быть применены в преподавании геометрии.

Генетический подход к обучению геометрии в отечественном изарубежном математическом образовании

Много лет назад Н. А. Извольский [15] показал оригинальное и глубокое понимание генетического подхода к обучению геометрии, не сводящегося к историческому подходу: «В обычном ходе обучения ни учебник, ни учитель ничего не делают для того, чтобы ответить (в какой-либо форме) на вопрос о происхождении теорем. Только в редких случаях мы видим исключения: некоторые учителя в той или иной форме обращают внимание на происхождение теорем; для учеников этого учителя курс геометрии принимает другой характер и перестает быть простым набором теорем. Более того, иногда некоторые ученики, независимо от учебника и учителя, полуосознанно приходят к мысли, что теорема появилась не по желанию автора учебника или учителя, а скорее потому что это дает ответ на проблему, которая естественно возникла в ходе предыдущей работы... Возможно, эта идея развития содержания геометрии не отражает в значительной степени исторический путь этого развития, но эта точка зрения является ответом на естественно возникающий вопрос: как объяснить развитие содержания геометрии? Для обучения геометрии иметь такой взгляд на предмет чрезвычайно ценно...» [15, с. 8]. Н. Извольский выражает суть генетического подхода следующим предложением: «Взгляд на геометрию как на систему изысканий, нацеленную на поиск ответов на последовательно возникающие вопросы» [15, с. 9]. Такие известные педагоги-математики послевоенного периода, как В. М. Брадис [16] и Н. М. Бескин [17], также рассматривали генетический подход в методике обучения геометрии. В. Брадис, рассматривая принцип генетического изложения как важный принцип обучения математике, писал: «Опыт преподавания определенно показывает, что качество усвоения математического предмета будет существенно выигрывать, если каждое новое понятие, каждое новое утверждение вводится так, что видна его связь с вещами, уже знакомыми ученику, ясна целесообразность его изучения. Для учащихся наиболее убедительным обоснованием каждого нового понятия и утверждения является практическая деятельность, близкая, по возможности, к их опыту» [16, с. 44–45]. Н. Бескин [17] писал: «...Необходимо показывать геометрию ученикам не в законченном, кристаллизованном виде, а в процессе развития. Метод, который мы рекомендуем, называется генетическим. Этот метод делает каждого ученика активным создателем геометрии: мы ставим перед ним задачу, процесс ее решения порождает отдельные теоремы и целые разделы геометрии». В статье Т. Флетчера [18] можно найти интересные примеры генетического подхода: «Последовательность, когда за теорией следует применение, следует заменить более тонким и более трудным для осуществления подходом к обучению – контекстный подход, который больше учитывает характер и потребности людей. Это включает в себя разработку учебных ситуаций, в которые учащиеся делают обобщения на основании полученного опыта. Абстракции слишком важны, чтобы их рассказывать ученику, он должен сам к ним прийти. Другими словами, ученик развивает понимание не столько путем логического изложения, сколько путем создания для себя последовательности понятийных переориентаций. Задача обучения состоит в том, чтобы создать учебные ситуации, из которых ученик приобретает опыт, который приводит к переориентации...» [18, с. 23]. И далее: «Руководящим принципом на этом этапе является то, что учащийся сначала должен что-то сделать, а затем подумать, как он это сделал; задаться вопросом, какие принципы он применял, и понять, как четкое выявление принципов дает силу делать больше» [18, с. 27].

Мы предлагаем следующие способы развития проблемных ситуаций [3, с. 262]:

1) на основе исторического анализа предмета учитель воспроизводит развитие понятия, показывает происхождение проблемы, выдвигает гипотезу, показывает различные старинные и современные решения и оценивает результаты;

2) на основе логико-эпистемологического анализа развития математической идеи учитель сам создает проблемную ситуацию, а ученики решают эту проблему под руководством и контролем учителя;

3) учитель конструирует проблемную ситуацию, но ученики самостоятельно выдвигают гипотезы, находят решения и тщательно их проверяют;

4) исходя из ранее полученных знаний и изучаемой темы, сами ученики ставят новые проблемы, естественно возникающие вопросы и пути их решения. В этом случае учитель выполняет координирующую функцию.

Рассмотрим генетический подход в обучении понятиям, утверждениям и их доказательствам. В обучении понятиям можно применять технику проектирования системы обучения понятия, описанную в [3], где предварительно должен осуществляться анализ, состоящий из двух этапов: 1) генетическая разработка материала и 2) анализ расположения материала и возможностей использования различных способов представления и воздействия на студентов. Генетическая разработка материала, в свою очередь, состоит из анализа материала с четырех точек зрения: а) исторической; б) логической; в) психологической; г) социокультурной. При этом очень важно разрабатывать проблемные ситуации на основе исторического и эпистемологического анализа темы. Поскольку история, эпистемология и социокультурные аспекты большей части разделов геометрии хорошо изучены в литературе, преподаватели могут легко построить системы изучения геометрических понятий, аналогичные тем, которые описаны для алгебраических понятий в [3]. Например, при изучении темы геометрические преобразования, скажем, симметрии, было бы целесообразно начать с работы с геометрическими моделями, представляющими геометрические фигуры. Управляя ими и находя их оси и центры симметрии, ученики легко могут усвоить понятие симметрии. Подобные виды деятельности были предложены (в начальной школе) В. В. Давыдовым [17] и его учениками.

При изучении теорем генетический подход требует использования аналитических доказательств, как описано Бескиным [17, с. 78]. «...Изучая теорему генетическим методом, мы не должны сразу вводить это утверждение ученикам. Мы предлагаем ученикам конкретную задачу, решением которой является теорема. ...Известный геометр открыл новую теорему, потому что он знал эту область лучше, чем обычные люди. Мы можем понять эту теорему, когда она уже сформулирована, но мы сталкиваемся с трудностями, пытаясь воспроизвести путь, по которому автор пришел к этой теореме. В таком случае мы должны стараться, насколько это возможно, облегчить понимание этого пути. Генетический метод нельзя сводить к изучению всех теорем по единой схеме. Стараясь, когда это возможно, прийти к теореме естественным путем, мы не всегда можем этого достичь. Последнее наблюдение касается не только сложных теорем, но и многих довольно простых теорем в самом начале геометрии. Трудность иногда объясняется тем фактом, что теорема будет необходима в одном из следующих разделов геометрии, и до изучения этого дополнительного раздела трудно объяснить, почему мы ввели в рассмотрение теорему» [17, с. 67–70]. «Стоит, насколько это возможно, поднять перед учениками завесу, за которой скрывается ход мысли, впервые привнесший открытие новых доказательств…. Мы выясняем положения, которых недостаточно для доказательства этой теоремы, и пытаемся доказать эти положения... и так далее от недоказанных до известных положений» [17, с. 75–78].

Ясно, что изложенные выше соображения можно применить ко всем разделам единого курса геометрии. На наш взгляд, особенно уместен принцип генетического подхода при изложении раздела «Элементы геометрии Лобачевского» [20]. Несколько слов, в какой мере он важен при подготовке учителя математики. Обычно курс элементарной геометрии педагогического вуза сводится к обучению решению задачи через них к изучению свойств фигур на евклидовой плоскости и тел в евклидовом пространстве. Вопросы же, связанные с логикой построения школьного курса геометрии, обычно не рассматриваются, считается, что студенты хорошо усвоили их в школе. Рассматриваемый же раздел напрямую связан с логической основой курса элементарной геометрии. Он позволяет раскрыть место и значение аксиомы параллельности Плейфера в изучении свойств фигур в планиметрии и тел в стереометрии евклидова пространства. Раздел построен на изучении свойств понятий и фигур как аналогичных, так и противоречащих соответствующим свойствам на евклидовой плоскости. Поэтому его изучение позволяет в полной мере применить метод генетического подхода.

Рассмотрим подробнее в качестве примера изучения темы «Утверждения, равносильные аксиоме параллельности Плейфера». В пособии [20] рассматриваются так называемые предложения Посейдония, Фаркаша Бояи, Валлиса, Лежандра, пятого постулата Евклида и равенства суммы внутренних углов треугольника развернутому углу. Студентам впервые рассказывается об этих положениях в той части курса, в которой рассматривается история попыток доказательства пятого постулата Евклида. Далее, приступая к доказательству эквивалентности этих утверждений аксиоме параллельности Плейфера, уместно вспомнить теоремы школьного курса геометрии, в которых из аксиомы Плейфера следуют эти утверждения. Затем следует поставить вопрос о возможности доказательства обратных утверждений, предложив их в качестве проблемной задачи, и в случае их решений объяснить, почему они не могут использоваться в качестве основы доказательства пятого постулата Евклида. Как только будет введена аксиома параллельности Лобачевского, уместно задать вопрос студентам, какие же утверждения геометрии Лобачевского вытекают из этих эквивалентностей. Наконец, подвести студентов к идее, возможно ли изложение этих эквивалентностей в школе, на дополнительных занятиях по геометрии, а также обсудить с ними вопросы методики проведения такого рода занятий.

Заключение

В этой статье мы изложили некоторые идеи и методы обучения геометрии с помощью генетического подхода. Мы считаем, что дальнейшее развитие «генетических» методов преподавания геометрии может быть связано с такого рода разработкой важных понятий, включая анализ предмета с исторической, логико-эпистемологической, психологической и социокультурной точек зрения, с выявлением логических родословных понятий и теорем. Также были бы полезны практические манипуляции с геометрическими объектами с использованием, в частности, систем динамической геометрии, таких как Cabri или Geogebra [см. 21; 22].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Концепция математического образования в Российской Федерации. URL: http://bda-expert.ru/doc/2013-12-24-koncepciya-math-obrazovanie-rf.zip (дата обращения: 10.07.2020).
2. *Safuanov I.* On some under-estimated principles of teaching undergraduate mathematics // Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education / O. Zaslavsky (ed.). Vol. 3. Haifa, Israel: Technion, 1999. P. 153–160.

3. *Safuanov I.* The genetic approach to the teaching of algebra at universities // International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 2005. Vol. 36, No. 2–3. P. 257–270.
4. *Leibnitz G. W.* Mathematische Schriften. Berlin, 1880.
5. *Diesterweg F. A. W.* Wegweiser zur Bildung für deutsche Lehrer und andere didaktische Schriften. Berlin, 1962.
6. *Пуанкаре А.* О науке. М.: Наука, 1990.
7. *Пиаже Ж.* Психология интеллекта // Пиаже Ж. Избранные психологические труды. М.: Междунар. пед. акад., 1994. С. 51–235.
8. *Выготский Л. С.* Педагогическая психология. М.: Педагогика-Пресс, 1996.
9. *Safuanov I. S.* Psychological Aspects of Genetic Approach to Teaching Mathematics // The 28th International Conference Of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 14–18 July, Bergen, Norway, 2004. Vol. 4. P. 153–160.
10. *Wittmann E. Ch.* The mathematical training of teachers from the point of view of education // Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. 1992. No. 7. P. 274–279.
11. *Рубинштейн С. Л.* Основы общей психологии. Т. 1, 2. М.: Педагогика, 1989.
12. *Ительсон Л. Б.* Лекции по современным проблемам психологии обучения. Владимир, 1972.
13. *Давыдов В. В.* Виды обобщения в обучении. М.: Педагогическое о-во России, 2000.
14. *Холодная М. А.* Психология интеллекта: парадоксы исследования. М.: Барс, 1996.
15. *Извольский Н. А.* Методика геометрии. Петроград: Брокгауз – Эфрон, 1924.
16. *Брадис В. М.* Методика преподавания математики в средней школе. М.: Учпедгиз, 1949.
17. *Бескин Н. М.* Методика геометрии. М.–Л.: Учпедгиз, 1947.
18. *Fletcher T. J.* Der Geometrieunterricht – Aktuelle Probleme und Zielvorstellungen // Der Mathematikunterricht. 1974. Heft 1. S. 19–35.
19. *Давыдов В. В.* Теория развивающего обучения. М.: ИНТОР, 1996.
20. *Атанасян С. Л., Покровский В. Г., Ушаков А. В.* Геометрия: учеб. пособие для вузов: в 2 ч. Ч. 2. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2015. 331 с.
21. *Громова Е. В., Сафуанов И. С.* Применение компьютерной математической программы Geogebra в обучении понятию функции // Образование и наука. 2014. № 4 (113). С. 113–131.
22. *Громова Е. В., Сафуанов И. С.* Обучение понятию функции в основной школе с помощью компьютерных технологий // Вестн. Московского гор. пед. ун-та. Сер.: Информатика и информатизация образования. 2013. № 1 (25). С. 91–98.
23. *Gusev V. A., Safuanov I. S.* Analytic-synthetic activities in the learning of mathematics // Proceedings of the 25rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education / M. van den Heuvel-Panhuizen (ed.). Vol. 3. Utrecht, Netherlands, 2001. P. 73–80.
24. *Piaget J., Garcia R.* Psychogenesis and the history of science. N. Y.: Columbia University Press, 1989.
25. *Polya G.* Mathematical discovery. Vol. 2. New York – London: Wiley, 1965.
26. *Wittenberg A. I.* The prime imperatives. Toronto, Vancouver: Clarke, Irwin & Co., 1968.
27. *Леонтьев А. Н.* Общее понятие о деятельности // Хрестоматия по психологии / сост. В. В. Мироненко. М.: Просвещение, 1977. С. 206–214.
28. *Леонтьев А. Н.* Проблемы развития психики. М.: Изд-во Московского ун-та, 1981.

REFERENCES

1. Kontseptsiya matematicheskogo obrazovaniya v Rossiyskoy Federatsii. *Available at:* http://bda-expert.ru/doc/2013-12-24-koncepciya-math-obrazovanie-rf.zip (accessed: 10.07.2020).

2. Safuanov I. On some under-estimated principles of teaching undergraduate mathematics. In: Zaslavsky O. (ed.) *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 3. Haifa, Israel: Technion, 1999. Pp. 153–160.
3. Safuanov I. The genetic approach to the teaching of algebra at universities. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.* 2005. Vol. 36, No. 2–3, pp. 257–270.
4. Leibnitz G. W. *Mathematische Schriften.* Berlin, 1880.
5. Diesterweg F.A.W. *Wegweiser zur Bildung für deutsche Lehrer und andere didaktische Schriften.* Berlin, 1962.
6. Poincaré H. *O nauke.* Moscow: Nauka, 1990. (In Russian)
7. Piaget J. Psikhologiya intellekta. In: Piaget J. *Izbrannye psikhologicheskie trudy.* Moscow: Mezhdunar. ped. akad., 1994. Pp. 51–235. (In Russian)
8. Vygotskiy L. S. *Pedagogicheskaya psikhologiya.* Moscow: Pedagogika-Press, 1996.
9. Safuanov I. S. Psychological Aspects of Genetic Approach to Teaching Mathematics. In: *The 28th International Conference Of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 14–18 July, Bergen, Norway, 2004.* Vol. 4. Pp. 153–160.
10. Wittmann E. Ch. The mathematical training of teachers from the point of view of education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik.* 1992, No. 7, pp. 274–279.
11. Rubinstein S. L. *Osnovy obshchey psikhologii.* Vol. 1, 2. Moscow: Pedagogika, 1989.
12. Itelson L. B. *Lektsii po sovremennym problemam psikhologii obucheniya.* Vladimir, 1972.
13. Davydov V. V. *Vidy obobshcheniya v obuchenii.* Moscow: Pedagogicheskoe o-vo Rossii, 2000.
14. Kholodnaya M. A. *Psikhologiya intellekta: paradoksy issledovaniya.* Moscow: Bars, 1996.
15. Izvolskiy N. A. *Metodika geometrii.* Petrograd: Brokgauz – Efron, 1924.
16. Bradis V. M. *Metodika prepodavaniya matematiki v sredney shkole.* M.: Uchpedgiz, 1949.
17. Beskin N. M. *Metodika geometrii.* M.–L.: Uchpedgiz, 1947.
18. Fletcher T. J. Der Geometrieunterricht – Aktuelle Probleme und Zielvorstellungen. In: Der Mathematikunterricht. 1974. Heft 1. S. 19–35.
19. Davydov V. V. *Teoriya razvivayushchego obucheniya.* Moscow: INTOR, 1996.
20. Atanasyan S. L., Pokrovskiy V. G., Ushakov A. V. *Geometriya: ucheb. posobie dlya vuzov: v 2 ch. Ch. 2.* M.: Binom. Laboratoriya znaniy, 2015. 331 p.
21. Gromova E. V., Safuanov I. S. Primenenie kompyuternoy matematicheskoy programmy Geogebra v obuchenii ponyatiyu funktsii. *Obrazovanie i nauka.* 2014, No. 4 (113), pp. 113–131.
22. Gromova E. V., Safuanov I. S. Obuchenie ponyatiyu funktsii v osnovnoy shkole s pomoshchyu kompyuternykh tekhnologiy. *Vestn. Moskovskogo gor. ped. un-ta. Ser.: Informatika i informatizatsiya obrazovaniya.* 2013, No. 1 (25), pp. 91–98.
23. Gusev V. A., Safuanov I. S. Analytic-synthetic activities in the learning of mathematics. In: van den Heuvel-Panhuizen M. (ed.).*Proceedings of the 25rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* Vol. 3. Utrecht, Netherlands, 2001. Pp. 73–80.
24. Piaget J., Garcia R. *Psychogenesis and the history of science.* N. Y.: Columbia University Press, 1989.
25. Polya G. *Mathematical discovery.* Vol. 2. New York – London: Wiley, 1965.
26. Wittenberg A. I. *The prime imperatives.* Toronto, Vancouver: Clarke, Irwin & Co., 1968.
27. Leontiev A. N. Obshchee ponyatie o deyatelnosti. In: Mironenko V. V. (comp.) *Khrestomatiya po psikhologii.* Moscow: Prosveshchenie, 1977. Pp. 206–214.
28. Leontiev A. N. *Problemy razvitiya psikhiki.* Moscow: Izd-vo Moskovskogo un-ta, 1981.

Атанасян Сергей Левонович, доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой геометрии института математики и информатики, Московский педагогический государственный университет

e-mail: atnsian@yandex.ru

Atanasyan Sergey L., ScD in Education, Professor, Chairperson, Geometry Department, Institute of Mathematics and Informatics, Moscow Pedagogical State University

e-mail: atnsian@yandex.ru

Сафуанов Ильдар Суфиянович, доктор педагогических наук, профессор департамента математики и физики Института цифрового образования, Московский городской педагогический университет

e-mail: SafuanovIS@mgpu.ru

Safuanov Ildar S., ScD in Education, Professor, Mathematics and Physics Department, Institute of Digital Education, Moscow City University

e-mail: SafuanovIS@mgpu.ru

Статья поступила в редакцию 11.08.2020
The article was received on 11.08.2020