DOI: 10.31862/1819-463X-2019-5-196-204

УДК 372.851
ББК 74.262.21

РАЗВИТИЕ ГИБКОСТИ МЫШЛЕНИЯ СТАРШЕКЛАССНИКОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ, СВЯЗАННЫХ С ЧИСЛАМИ БЕРНУЛЛИ

А. С. Ростовцев

Аннотация. *В статье исследуются особенности развития гибкости мышления старшеклассников. Сформулированы различные точки зрения по поводу понимания развития гибкости мышления. Определено, что в период обучения старшеклассники обязаны овладеть умениями применять собственные знания в различных случаях, перестраивать стандартные методы действия, понимать иные точки зрения, следовательно, обладать гибкостью мышления. Стоит отметить, что улучшать это качество нужно у детей с раннего детства, поскольку по мере взросления у личности создается конвергентное мышление, отличающееся тем, что осложняет восприятие идей многовариантности, системности и избирательности.*

Также было выделено место решения задач, связанных с числами Бернулли в структуре развития гибкости мышления старшеклассников. Рассмотрены компетенции старшеклассников, которые формируются в результате освоения исследуемых задач. Определено, что предложенные задачи могут служить средством повышения математической культуры, гибкости мышления старшеклассников.

Ключевые слова: *математика, специальные комбинаторные числа, числа Бернулли, гибкость, мышление.*

DEVELOPING THE THINKING FLEXIBILITY OF HIGH SCHOOL STUDENTS WHEN SOLVING PROBLEMS RELATED TO BERNOULLI NUMBERS

A. S. Rostovtsev

Abstract. *The article examines the features of the development of the thinking flexibility of high school students. Different points of view are formulated about the understanding of the development of flexibility of thinking. It was determined that, during the period of study, senior pupils are required to master the ability to apply their own knowledge in different cases, to rebuild standard methods of action, to understand other points of view, therefore, they have the flexibility of thinking. It should be noted that it is necessary to improve this quality in children from early childhood, since as a person grows older, convergent thinking is created in the personality, characterized in* *that it complicates the perception of multivariate, systematic and selective ideas.*

A place for solving problems related to Bernoulli numbers in the structure of developing the flexibility of thinking of high school students was also highlighted. The competencies of high school students, which are formed as a result of the development of the studied tasks, are examined. It is determined that the proposed tasks can serve as a means of increasing the mathematical culture, the flexibility of thinking of high school students.

Keywords: *mathematics, special combinatorial numbers, Bernoulli numbers, flexibility, thinking.*

Запросами современного общества определен вектор на улучшение нано-, био-, информационных, когнитивных технологий. Однако, чтобы указанные направления корректно осуществлялись и способствовали получению качественных результатов, необходимы высококвалифицированные эксперты. Базовая профессиональная подготовка указанных экспертов осуществляется в условиях среднего и высшего образования. Однако необходимо понимать, что подготовка мышления растущего человека к проектной и технической работе начинается намного раньше.

Один из первоначальных этапов проектирования представляет собой исследование всевозможных вариантов осуществления планируемой деятельности для получения необходимого результата. На дальнейшем этапе из определенных вариантов определяется один, наиболее рациональный. Следовательно, для проектирования инновационных разработок в области робототехники, кибернетики, нанотехнологий и т. д. человеку необходимо иметь возможность просчитывать различные методы собственных действий, определять всевозможные алгоритмы достижения сформулированной задачи, определять гипотезы и предположения, формировать новые различные и оригинальные продукты. Достижение высокого уровня прогресса указанной способности растущего человека – стратегическая задача, требующая осуществления постоянного, долговременного развивающего обучения. Возможность человека в период интеллектуальной работы вырабатывать различные методы решения задачи, определять различные варианты использования определенного объекта, находить множество путей выхода из трудной ситуации психологи непосредственно связывают с гибкостью его мышления.

Неоспорим факт влияния математики на формирование и развитие гибкости мышления как одного из важнейших компонентов креативности, в том числе математической креативности. Н. И. Непомнящая, Л. В. Занков, А. Н. Колмогоров и другие исследовали влияние обучение математике на развитие гибкости мышления.

Исследователи, которые изучали математические способности, определяли показатели, относящиеся к гибкости мышления. А. Н. Колмогоров говорил, что базовым свойством математического мышления является «возможность определять пути решения, которые не подходят под обычное правило» [1]. В. А. Крутецкий определял в виде компонента математических способностей: «самостоятельное переключение от одной умственной операции к иной, свободу от шаблонов и трафаретов» [2]. Ф. Папи и Ж. Папи писали: «рассмотрение ситуации со всевозможных сторон является наиболее результативным фактором, который развивает математические способности» [3].

С точки зрения Л. В. Занкова, одним из главных направлений математической подготовки может стать формирование и развитие гибкости мышления. Стоит так же отметить, что, по мнению Л. В. Занкова, важнейшим свойством мышления является способность исследовать один и тот же предмет с различных точек зрения [4].

Отметим, что гибкость мышления возможно формировать и развивать при решении задач по математике, которые отвечают определенным требованиям.

Обучающиеся, у которых гибкость мышления развита на высоком уровне, умеют:

- определять и группировать различные свойства объекта, в том числе математического;
- синтезировать;
- находить несколько решений проблемной ситуации.

Данные умения, очевидно, способствуют успешной математической деятельности.

Вопросу развития мышления старшеклассников в период обучения посвящены научные труды В. В. Давыдова [5], П. Я. Гальперина [6], Ю. В. Громыко [7] и др. Возможность решать математические задачи, при этом эффективным методом, определяет гибкость, самостоятельность, глубину, широту, последовательность мышления. Все указанные стороны мышления улучшаются в период целенаправленного обучения, а также при помощи терпеливой работы над собой.

В научной литературе по психологии гибкость рассматривается как одно из главных свойств творческого мышления. Гибкость мышления формируется в перестройке имеющихся методов решения задачи, в целесообразном варьировании способов, в изменении способа, который перестает быть результативным, на оптимальный способ. Мыслительные решения включают исследование признаков объекта, ориентировку на значимые в указанной ситуации признаки, определение различия и сходства, причинно-следственных связей и зависимостей, определение закономерностей. Все указанные качества создаются у старшеклассников в период решения комбинаторных задач, для формулирования которых применяют различные разновидности соединений, связанных размещениями, расстановками и сочетаниями.

Иностранные педагоги и психологи относят гибкость мышления к одной из фундаментальных компонент общей креативности. А гибкость, проявленную при решении математических задач, относят к одной из компонент математической креативности. Например, Д. Гилфорд определяет гибкость в качестве возможности переосмысления функций объекта, применению его в новом качестве [8; 9]. Результаты иностранных трудов подтверждают, что гибкость мышления представляет собой такой психологический феномен, который, формируясь в случаях проблемной ситуации, заставляет субъект определять ранее не исследованные признаки объекта и, переосмысливая их, решать проблему [8; 9].

Исследуя научные труды Д. Н. Богоявленского и Н. А. Менчинской, мы можем определить, что гибкость мышления формируется в рациональном варьировании способов действия, в легкости перестройки уже сформулированных знаний и перехода от одного действия к иному [10]. И. С. Якиманская определяет гибкость мышления в качестве возможности индивида сохранять высокую скорость переключения процессов мышления между задачами или явлениями без утраты результативности синтеза между ними [11].

Под гибкостью мышления старшеклассника, вслед за И. С. Якиманской, будем определять возможность ребенка к высокой скорости переключения процессов мышления между задачами без утраты результативности синтеза между ними. Свойствами гибкости мышления старшеклассников считается: способность использовать всевозможные методы решения задачи на основании сформированной цели; способность «подстраивать» систему компетенций к современным требованиям; способность оперативно и качественно переключаться с одного исследованного метода действия на иной.

С учетом различные психолого-педагогических подходов к определению термина «гибкость» мышления, мы выделили наиболее значимые для нас структурные компоненты:

1. Способность и готовность к варьированию методов действий в качестве це-

лесообразного действия. Создание и способность применять всевозможные методы решения задачи.

2. Способность и готовность к перестройке знаний, навыков и их структур на основании преобразованных условий. В том числе переход с прямого хода решения на обратный.

3. Способность и готовность к оперативному и точному переключению с одного применяемого метода действия на иной.

Формирование и развитие сформулированных выше структурных компонентов гибкости мышления старшеклассников в период традиционного обучения математике, без внедрения конкретной разновидности задач, не считается реальным. Улучшению гибкости мышления помогают нестандартные математические задачи, в том числе задачи, связанные со специальными числами. Во время проведения уроков математики педагог старается сформировать у старшеклассников конкретные правила и алгоритмы решения стандартных задач, что создает стереотипность мышления старшеклассника, в то время как учащимся важно показывать на учебном материале, что нерегулярно при решении задачи необходимо придерживаться известного алгоритма, стандартного правила, а зачастую необходимо применять неочевидные свойства объектов, а также свойства определенной задачной ситуации для определения действия.

Педагогический и методический опыт внедрения комбинаторных задач в период обучения демонстрируется в научных трудах многих ученых, педагогов и психологов, среди которых Л. С. Выготский [12], В. В. Давыдов [5; 13] и др. При этом важно определить, что исследование учебно-методической литературы по указанной проблеме демонстрирует, что комбинаторные задачи внедряются в учебники по школьной математике эпизодически и обычно не имеют согласованной логики формирования содержания математического курса, поскольку не определяют его базовых программных аспектов. Внедряются как факультативные задания, которые решаются старшеклассниками по желанию. Можно также увидеть и такие ситуации, когда задачи комбинаторного свойства абсолютно не внедряются в программы учебного курса.

Опыт учителей демонстрирует, что комбинаторные задачи все также относят к задачам повышенной сложности, которые решаются исключительно «сильными» учениками. Все это, с нашей точки зрения, серьезно уменьшает развивающее и дидактическое значение комбинаторных задач. Следовательно, решение комбинаторных задач обязано иметь целенаправленный характер. Мы обязаны познакомить старшеклассников с методами решения указанных заданий. Следовательно, с задачей развития гибкости мышления у старшеклассников стоит структурно внедрять комбинаторные задачи, которые соответствуют программному содержанию курса математики как на уроках математики, так и во внеурочное время, а также обучать старшеклассников всевозможным способам их решений.

Для развития гибкости мышления старшеклассников необходимо понимать, что важно развивать дисциплины, которые непосредственно связаны с исследованием специальных комбинаторных чисел. Для того, чтобы происходило развитие гибкости мышления старшеклассников, также важно помнить об индивидуализации обучения. Под индивидуализацией обучения подразумевается учет в период развития индивидуальных качеств старшеклассников в различных его способах и методах, вне зависимости от того, какие конкретно качества и в определенной степени учитываются.

Индивидуализация обучения предполагает учет индивидуальных особенностей учащихся. Способности делятся на общие и специальные. Примерами общих способностей являются интеллект, способность к творчеству, обучаемость. К специальным способностям можно отнести в том числе и математические способности. Развитие способностей осуществляется при помощи задатков, выступающих в качестве врожденных предпосылок, которые являются неспецифичными в плане определенных способностей. Неспецифичность задатков предполагает, что задаток может проявляться в абсолютно различных способностях. Все это определяет важность построения индивидуальных траекторий изучения предмета, в частности, математики.

Следовательно, дифференциация является одним из вариантов индивидуализации обучения и определения направления развития гибкости мышления старшеклассников. В аспекте индивидуализации обучения термин «дифференциация» формируется на основании определенных особенностей индивида, его индивидуальных качеств.

На старших ступенях школьного образования вводится профильное обучение, позволяющие реализовать индивидуализацию и дифференциацию образовательного процесса. Одновременно с индивидуализацией и дифференциацией образовательного процесса целесообразным кажется и организация условий развития гибкости мышления обучающихся.

Осуществление профильного обучения обусловлено общественным запросом на профилизацию школы. Для достижения целей профильного обучения на третьей ступени школы в дополнение к базовым общеобразовательным и профильным предметам вводятся элективные курсы.

Во время образовательного процесса обучающиеся должны обладать умениями применять собственные знания в различных областях, перестраивать тривиальные методы действия, понимать другие точки зрения, а значит, у них должна быть развита гибкость мышления. Стоит отметить, что улучшать это качество нужно у детей с раннего детства, поскольку по мере взросления у личности создается конвергентное мышление, отличающееся тем, что осложняет восприятие идей многовариантности, системности и избирательности.

Огромные возможности для улучшения гибкости мышления старшеклассников, а также подготовки учащихся к решению проблем, которые встречаются в повседневной жизни, предоставляет программный материал курса математики, основанный на изучении элементов теории специальных чисел. При этом материал должен быть обогащен комбинаторными задачами, которые требуют реализации перебора всех потенциальных вариантов решения или подсчета их числа.

Различные комбинаторные задачи чаще всего направлены на формирование и развитие математической креативности обучающихся. В комбинаторных задачах, как правило, используются различные математические объекты, которые тем или иным образом удовлетворяют заданию. Для решения этих задач обычно применяется метод перебора. Исследование математических объектов задачи, примененный метод перебора, позволяет улучшить память и гибкость мышления обучающихся.

Наличие элективных курсов, связанных с изучением элементов теории специальных чисел, побуждает старшеклассника осуществлять ответственный выбор, поскольку гибко мыслить можно исключительно выбирая тот предмет, который способствует развитию гибкости мышления на самом деле. Кроме этого, элективные курсы, связанные с изучением элементов теории специальных чисел, способствуют решению двух ключевых задач.

Первая задача подразумевает формирование условий для того, чтобы старшеклассник утвердился в осуществленном им выборе направления будущего обучения, который связан с конкретной разновидностью профессиональной деятельности, или отказался от него.

Следующей задачей является помощь старшекласснику, который совершил первоначальный выбор образовательной сферы для более подробного исследования, определить многообразие разновидностей деятельности, которые непосредственно связаны с ней.

Стоит рассмотреть одно из направлений развития гибкости мышления старшеклассников – внедрение элективных курсов по специальным числам в школьном курсе математики.

Понятие числа представляет собой базовый термин не только арифметики и теории чисел, но и математики в совокупности [14]. Исследование определенных разделов математики нельзя осуществлять без применения определенных особенностей числовых систем, идея числа «проходит» через все образование по математике в общеобразовательной школе, а также через высшее образовании. Без понимания классических числовых систем невозможно обойтись ни одному образованному человеку.

Особенности проблем, которые связаны с исследованием и единым строгим изложением свойств комбинаторных чисел, связь с элементарной математикой, богатая история и фундаментальность – все это дает нам возможность использовать специальные числа при составлении образовательных программ по математике, в том числе программ дополнительного образования. Согласно нашим исследованиям, развивать гибкость мышления (как одного из фундаментальных компонентов математической креативности) помогают специальные числа: треугольник Паскаля, числа Стирлинга, числа Белла, числа Каталана, числа Эйлера, числа Деланноя, числа Шредера, числа Моцкина, числа Ла, числа Нараяны, числа Геноччи, числа Бернулли.

Стоит отметить, что при доказательстве некоторых простейших и теоретико-числовых свойств специальных чисел используется весь арсенал арифметики, знакомый старшеклассникам. Указанная тематика очень эффективна для формирования индивидуальной деятельности по развитию гибкости мышления в условиях профильного обучения.

Якоб Бернулли – швейцарский математик, один из основателей теории вероятностей и математического анализа. Якоб Бернулли имеет огромные достижения в математике, а именно в теории вероятностей, дифференциальном исчислении, теории чисел.

Числа Бернулли (названы в честь Якоба Бернулли) возникли в связи с исследованием суммы совпадающих степеней целых неотрицательных чисел $S_k(n) = 0^k + 1^k + 2^k + \dots + (n-1)^k$. Пользуясь формулой бинома Ньютона, легко получить рекуррентное соотношение

$$S_k(n) = \frac{1}{k+1}\left(n^{k+1} - C_{k+1}^{k-1}S_{k-1}(n) - \dots - C_{k+1}^{k-1}S_1 - C_{k+1}^{0}S_0(n)\right).$$

Данное соотношение позволяет получить сумму $S_k(n)$, если известны суммы $S_0(n)$, $S_1(n)$, $S_2(n)$, ... , $S_{k-1}(n)$.

Считая, что $0^0 = 1$, мы получаем, что

$$S_0(n) = n;\ S_1(n) = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n;$$
$$S_2(n) = \frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n;$$
$$S_3(n) = \frac{1}{4}n^4 - \frac{1}{2}n^3 + \frac{1}{4}n^2.$$

Нетрудно убедиться в том, что $S_k(n)$ является многочленом степени $k+1$ от n без свободного члена, старший коэффициент которого равен $\frac{1}{k+1}$. Числами Бернулли B_k называют коэффициенты при первой степени n в многочленах $S_k(n)$, $k = 0, 1, 2, \dots$. Из приведенных выше формул следует, что

$$B_0 = 1, B_1 = -\frac{1}{2}, B_2 = \frac{1}{6}, B_3 = 0.$$

Якобу Бернулли удалось доказать, что и другие коэффициенты многочлена $S_k(n)$ вычисляются с помощью чисел B_k. Именно формула Бернулли имеет вид

$$S_k(n) = B_k(n) + \frac{B_{k-1}}{2}C_k^{k-1}n^2 + \frac{B_{k-2}}{3}C_k^{k-2}n^3 + \dots + \frac{B_1}{k}C_k^1 n^k + \frac{n^{k+1}}{k+1}.$$

Определим число Бернулли B_k, $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, как коэффициент при n в многочлене $S_k(n)$.

Отметим, что важно подробно исследовать место элективного курса, связанного с изучением теории специальных чисел, в профильном обучении математике с целью развития гибкости мышления у старшеклассников. Элективный курс «Специальные числа», тематический блок «Числа Бернулли» рассчитан на учащихся 10–11 профильных классов, проявляющих особый интерес к математике. Он позволит школьникам расширить знания по математике, научиться решать разнообразные задачи различной сложности, ориентировать учащихся на самостоятельную, творческую, исследовательскую работу.

Основными темами курса являются:

1. Специальные числа.
2. Суммирование степеней натуральных чисел.
3. Бином Ньютона и треугольник Паскаля.
4. Общий случай суммирования одинаковых степеней натуральных чисел.
5. Числа Бернулли.
6. Функция Бернулли.
7. Представление числа Бернулли в виде детерминанта.
8. Числа Бернулли с нечетными коэффициентами.

Необходимо сформулировать задачи, которые будут формировать и развивать гибкость мышления.

Задача 1. Постройте первые десять чисел Бернулли, пользуясь классическим рекуррентным соотношением. Разработайте и проверьте алгоритм вычисления чисел Бернулли с помощью треугольника Варпитского. Сравните результаты. Какой алгоритм работает быстрее?

Задача 2. Постройте первые пять многочленов Бернулли $B_n(x)$. Убедитесь, что они удовлетворяют рекуррентному соотношению $B_n(x + 1) - B_n(x) = nx^{n-1}$. Охарактеризуйте это соотношение. Докажите его.

Задача 3. Выпишите обобщенные многочлены Бернулли для $n = 1, 2, \ldots, 8$. При каких значениях параметров обобщенные многочлены превращаются в классические? При каких значениях аргумента мы можем получить последовательность чисел Бернулли?

Благодаря данным задачам улучшается гибкость мышления, поскольку старшеклассники при решении данных задач осуществляют поиск и перебор различных стратегий решения, устанавливают ассоциативные связи между математическими объектами, в итоге выбирая из множества вариантов решения задачи один, наиболее оптимальный способ.

Изучение курса позволяет формировать у обучающихся следующие компетенции:

- способность и готовность гибко мыслить;
- готовность к непрерывному образованию;
- способность и готовность к креативной деятельности;
- способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы, в том числе математические проблемы;
- владение культурой математического мышления;
- готовность применять навыки публичной речи, ведения дискуссии;
- осознанность значимости изучаемого элективного курса, мотивированность к получению расширенных знаний по математике;
- способность использовать систематизированные теоретические и практические знания по математике;
- владение основами речевой математической культуры;
- готовность применять знания фундаментальной и прикладной математики для анализа и синтеза полученной информации;
- способность использовать математический аппарат для решения практических задач.

Таким образом, необходимо сделать выводы о том, что результаты теоретического исследования и опыт практической работы в школе позволяют утверждать, что знакомство школьников с элементами теории чисел Бернулли в рамках элективного курса решает ряд важнейших проблем:

- естественным образом углубляет и расширяет математические знания старшеклассников, дает представление о различных методах математических исследований;
- повышает мотивацию обучающихся к изучению математики в школе благодаря

раскрытию нового для них материала из сферы математики, рассмотрения современных математических проблем;

● предоставляет возможность старшеклассникам реализовать свой творческий потенциал при решении различных задач, связанных с числами Бернулли;

● оказывает благоприятное воздействие на организацию и результаты самостоятельной работы обучающихся, на развитие их творческих, исследовательских способностей, повышает уровень математической культуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колмогоров А. Н.* О профессии математика. М.: Изд-во Московского ун-та, 1960. 33 с.
2. *Крутецкий В. А.* Психология математических способностей школьников. М.: Просвещение, 1968. 432 с.
3. *Папи Ф., Папи Ж.* Дети и графы. Обучение детей шестнадцатилетнего возраста математическим понятиям. М.: Педагогика, 1974. 192 с.
4. *Занков Л. В.* Избранные педагогические труды. М.: Просвещение, 1996. 424 с.
5. *Давыдов В. В.* Деятельностная теория мышления. М.: Научный мир, 2005. С. 67–95.
6. *Гальперин П. Я.* Введение в психологию. М.: Университет, 2000. 336 с.
7. *Громыко Ю. В.* Мыследеятельностная педагогика (теоретико-практическое руководство по освоению высших образцов педагогического искусства). Минск: Технопринт, 2000. 375 с.
8. *Гилфорд Дж.* Три стороны интеллекта // Психология мышления. М.: Прогресс, 1965. С. 434–437.
9. *Гилфорд Дж.* Природа человеческого интеллекта. М., 1971. 123 с.
10. *Богоявленский Д. Н., Менчинская Н. А.* Психология усвоения знаний в школе. М., 1959. 224 с.
11. *Якиманская И. С.* Личностно-ориентированное обучение в современной школе. М.: Сентябрь, 1996. 95 с.
12. *Выготский Л. С.* Динамика умственного развития школьника в связи с обучением // Выготский Л. С. Психология развития ребенка. М.: Смысл, Эксмо, 2004. 512 с.
13. *Давыдов В. В.* Теория развивающего обучения. М.: Интор, 1996. 544 с.
14. *Деза Е. И.* Специальные комбинаторные числа. От чисел Стирлинга до чисел Моцкина. Все о двенадцати известных числовых множествах комбинаторной природы. История, классические свойства, примеры и задачи. М.: Ленанд, 2018. 504 с.

REFERENCES

1. Kolmogorov A. N. *O professii matematika.* Moscow: Izd-vo Moskovskogo un-ta, 1960. 33 p.
2. Krutetskiy V. A. *Psikhologiya matematicheskikh sposobnostey shkolnikov.* Moscow: Prosveshchenie, 1968. 432 p.
3. Papy F., Papy J. *Deti i grafy. Obuchenie detey shestnadtsatiletnego vozrasta matematicheskim ponyatiyam.* Moscow: Pedagogika, 1974. 192 p. (in Russian)
4. Zankov L. V. *Izbrannye pedagogicheskie trudy.* Moscow: Prosveshchenie, 1996. 424 p.
5. Davydov V. V. *Deyatelnostnaya teoriya myshleniya.* Moscow: Nauchnyy mir, 2005. P. 67–95.
6. Galperin P. Ya. *Vvedenie v psikhologiyu.* Moscow: Universitet, 2000. 336 p.
7. Gromyko Yu. V. *Mysledeyatelnostnaya pedagogika (teoretiko-prakticheskoe rukovodstvo po osvoeniyu vysshikh obraztsov pedagogicheskogo iskusstva).* Minsk: Tekhnoprint, 2000. 375 p.

8. Guilford J. Tri storony intellekta. In: Psikhologiya myshleniya. Moscow: Progress, 1965. Pp. 434–437. (in Russian)
9. Guilford J. *Priroda chelovecheskogo intellekta.* Moscow, 1971. 123 p. (in Russian)
10. Bogoyavlenskiy D. N., Menchinskaya N. A. Psikhologiya usvoeniya znaniy v shkole. M., 1959. 224 p.
11. Yakimanskaya I. S. Lichnostno-orientirovannoe obuchenie v sovremennoy shkole. Moscow: Sentyabr, 1996. 95 p.
12. Vygotskiy L.S. Dinamika umstvennogo razvitiya shkolnika v svyazi s obucheniem. In: Vygotskiy L. S. Psikhologiya razvitiya rebenka. Moscow: Smysl: Eksmo, 2004. 512 p.
13. Davydov V. V. Teoriya razvivayushchego obucheniya. Moscow: Intor, 1996. 544 p.
14. Deza E. I. Spetsialnye kombinatornye chisla. Ot chisel Stirlinga do chisel Motskina. Vse o dvenadtsati izvestnykh chislovykh mnozhestvakh kombinatornoy prirody. Istoriya, klassicheskie svoystva, primery i zadachi. Moscow: Lenand, 2018. 504 p.

Ростовцев Андрей Сергеевич, аспирант Кафедры теории и методики обучения математике и информатике Института математики и информатики Московского педагогического государственного университета

e-mail: as.rostovtsev@mail.ru

Rostovtsev Andrey S., Post-graduate student, Theory and Methods of teaching mathematics and computer science Department, Institute of Mathematics and Computer Science, Moscow Pedagogical State University

E-mail: as.rostovtsev@mail.ru

Статья поступила в редакцию 06.08.2019
The article was received on 06.08.2019