УДК 372.851.4
ББК 74.262.21-46

DOI: 10.31862/1819-463X-2024-3-113-125

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ И МЕТОДИКЕ ЕЕ ПРЕПОДАВАНИЯ: ВЫЯВЛЕНИЕ И ПОДДЕРЖКА МОЛОДЫХ ТАЛАНТЛИВЫХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

**М. Н. Кочагина, Е. Л. Мардахаева, Ю. А. Семеняченко,
В. А. Смирнов, А. В. Ушаков**

Аннотация. *Статья посвящена анализу итогов Всероссийской олимпиады молодых учителей по математике и методике ее преподавания, целью которой является формирование мотивации у молодых и будущих учителей к профессиональному саморазвитию. Описываются формат и этапы проведения олимпиады, состав участников. Дается обзор заданий отборочного и основного этапов. Приводятся формулировки и разбор решений заданий по геометрии и методике обучения геометрии, вызвавшие у участников наибольшие затруднения. Анализируются ошибки участников олимпиады и приводится статистика результатов решения отдельных заданий. Результаты олимпиады позволяют выявить основные дефициты участников во владении геометрическими знаниями и проблемы в методической подготовке в области обучения геометрии школьников. В статье отмечается важность профессиональных соревнований для выявления молодых талантливых учителей математики.*

Ключевые слова: *молодые учителя математики, будущие учителя математики, профессиональная олимпиада, методика преподавания математики.*

Для цитирования: Всероссийская олимпиада по математике и методике ее преподавания: выявление и поддержка молодых талантливых учителей математики / М. Н. Кочагина, Е. Л. Мардахаева, Ю. А. Семеняченко [и др.] // Наука и школа. 2024. № 3. С. 113–125. DOI: 10.31862/1819-463X-2024-3-113-125.

ALL-RUSSIAN OLYMPIAD IN MATHEMATICS AND METHODS OF TEACHING MATHEMATICS: IDENTIFYING AND SUPPORTING TALENTED YOUNG MATHEMATICS TEACHERS

M. N. Kochagina, E. L. Mardakhaeva, Yu. A. Semenyachencko, V. A. Smirnov, A. V. Ushakov

Abstract. *The article is dedicated to analyzing the results of the All-Russian Olympiad for young teachers in mathematics and methods of teaching mathematics, with the aim of fostering motivation among young and future teachers for professional self-development. The format and stages of the Olympiad are described, as well as the list of participants. An overview of the tasks from the qualifying and main stages is provided. The formulations and analysis of the solutions to geometry tasks and methods of teaching geometry problems that posed the greatest difficulties for participants are presented. The mistakes made by the Olympiad participants are analyzed, and statistics of the results of solving individual tasks are provided. The results of the Olympiad allow to identify the main deficiencies among participants in their mastery of geometric knowledge and problems in methodological preparation in teaching geometry to schoolchildren. The article emphasizes the importance of professional competitions in identifying talented young mathematics teachers.*

Keywords: *young teachers of mathematics, future teachers of mathematics, professional competition, methods of teaching mathematics.*

Cite as: Kochagina M. N., Mardakhaeva E. L., Semenyachencko Yu. A. et al. All-Russian Olympiad in mathematics and methods of teaching mathematics: identifying and supporting talented young mathematics teachers. N*auka i shkola.* 2024, No. 3, pp. 113–125. DOI: 10.31862/1819-463X-2024-3-113-125.

Московский городской педагогический университет и ООО «Просвещение-Союз» в 2021 г. разработали совместный проект «Межрегиональный студенческий семинар молодых учителей математики». Цель семинара – способствовать развитию профессиональных компетенций у студентов и молодых учителей математики. Программа семинара представляла собой серию вебинаров на актуальные для современного математического образования темы.

За два года в качестве спикеров Семинара выступили доктор педагогических наук, профессор А. Г. Мордкович, доктор физико-математических наук, профессор П. В. Семенов, доктор физико-математических наук, профессор В. А. Смирнов и другие. Всего в рамках Семинара было проведено 11 вебинаров, в которых приняли участие более 4300 участников.

В ходе реализации программы Межрегионального студенческого семинара молодых учителей математики появилась идея подводить его итоги в конце учебного года на Всероссийской олимпиаде по математике и методике ее преподавания. Организаторами олимпиады выступили три педагогических вуза: Московский городской педагогический университет (МГПУ), Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет (ПГГПУ), Ульяновский государственный педагогический университет им. И.Н. Ульянова (УлГПУ). Олимпиада объявлена ежегодной. Проведение ее является завершением годового цикла авторских вебинаров, проводимых в рамках Межрегионального студенческого семинара молодых учителей математики. Олимпиада направлена на формирование мотивации у молодых и будущих учителей к профессиональному саморазвитию, повышению уровня профессиональных компетенций. Мероприятия одного учебного года ориентированы на одну тему. Так Олимпиада в 2022 г. была посвящена текстовым задачам, а в 2023 – преподаванию геометрии. Было решено каждый год менять ведущий вуз, проводящий олимпиаду. Оргкомитет первой олимпиады в 2022 г. возглавил ПГГПУ, в 2023 г. – МГПУ. По завершении Олимпиады при онлайн-подведении итогов эстафета на следующий учебный год передается другому вузу. Так в 2024 г. Олимпиаду проведет УлГПУ.

Участниками олимпиады могут стать студенты и молодые педагоги, проявляющие интерес к математике и обучению математике школьников. Номинации участников определяются количеством полных лет на момент регистрации. Всего три возрастных номинации: 18 лет – 22 года, 23 года – 28 лет и 29–35 лет. Олимпиада проводится в дистанционном формате в два этапа (отборочный и основной). Отборочный этап длится пять дней. В этот период в любое удобное для себя время каждому зарегистрировавшемуся участнику необходимо выполнить в течение 90 мин решение 15 заданий за одну попытку. Основной этап проводится дистанционно в один день и включает решение 4 заданий по математике за 90 мин и выполнение четырех кейсов по методике преподавания математики за 60 мин. Основной этап предполагает обязательную идентификацию личности участника. В 2023 г. во Всероссийской олимпиаде по математике и методике ее преподавания приняли участие 583 участника из 55 регионов России (рис. 1), среди которых были студенты 38 вузов страны.

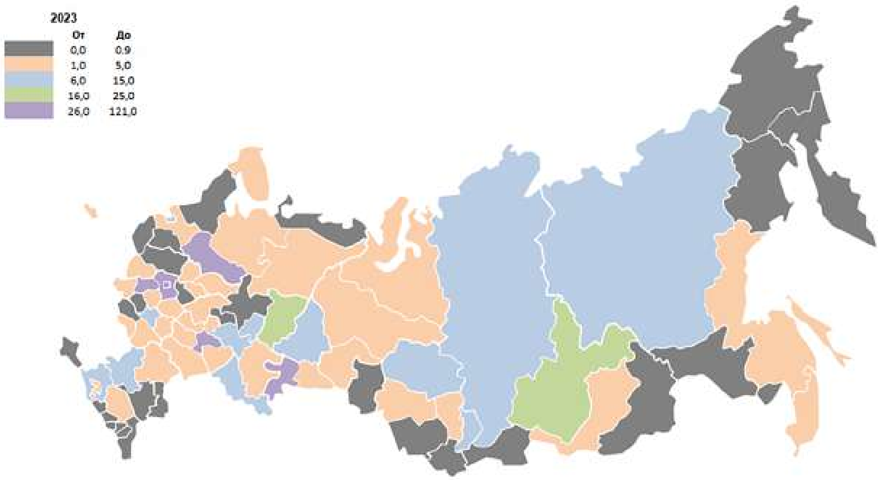

Рис. 1. Карта регионов России, представители которых приняли участие в олимпиаде

Распределение участников по возрастным номинациям представлено на диаграмме (рис. 2).

Среди участников Олимпиады было 63% студентов и 37% молодых учителей математики. В основной этап Олимпиады проходят 10% от общего числа участников в каждой номинации, набравших наибольшее число баллов в отборочном этапе. В 2023 г. в основной этап прошли 45 участников: 27 человек из самой молодой возрастной номинации, 10 человек из средней, 8 человек – из старшей номинации.

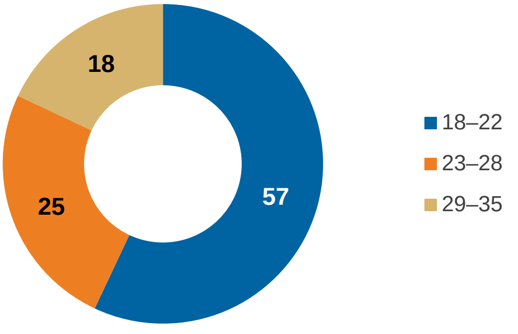

Рис. 2. Распределение участников по возрастным номинациям, %

Рассмотрим задания двух этапов олимпиады. ***Отборочный*** этап включал 15 заданий. Каждое задание содержало один или несколько вопросов. Всего отборочный этап включал 31 вопрос по математике и методике ее преподавания.

При составлении заданий учитывался дистанционный формат проведения отборочного этапа и автоматический способ проверки решенных участниками заданий. Задания соответствовали содержанию школьного курса геометрии, разным аспектам геометрической деятельности (решению разных типов геометрических задач, проведению дедуктивных рассуждений). Также задания отражали разные стороны деятельности учителя по обучению геометрии (нахождение ошибок в рассуждениях, решение задач на развитие математической грамотности, историко-математическая подготовка). Задания предполагали выбор одного или нескольких правильных ответов среди предложенных, также ответ в заданиях мог быть кратким (в виде числа). Результаты этого этапа показывают, что только 32% участников выполнили правильно более 50% заданий.

Приведем примеры нескольких заданий ***отборочного этапа*** олимпиады.

Задание 1. На рисунке изображен план дачного участка № 288 с жилым домом, гаражом и сараем, расположенными в дачном товариществе «Дубровка» (рис. 3). Участок имеет прямоугольную форму. Сторона каждой клетки плана равна 2 м. Все дорожки на участке, а также площадка перед гаражом вымощены тротуарной плиткой размером 0,5 м × 0,5 м.

Рис. 3. План дачного участка

1) Для расчета схемы высаживания цветов на клумбе хозяйке требуется вычислить ее площадь. Чему равна площадь клумбы? В ответ запишите число, округленное до целого.

2) Для проектирования ландшафтного дизайна участка хозяину требуется вычислить отношение площади жилого дома к площади всего участка. Сколько процентов площади всего участка занимает жилой дом?

3) Для укладки плиткой всех дорожек и площадки перед гаражом хозяева покупали тротуарную плитку, которая продавалась в упаковках по 8 штук. Магазин продавал плитку только упаковками. Сколько упаковок потребовалось купить?

4) Хозяева рассматривают возможность сделать дорожку, напрямую ведущую от калитки до сарая. Какова будет ее длина в метрах, если принять это расстояние по плану от правого края калитки до левого края двери в сарай? В ответ запишите число, округленное до десятых.

Приведем решение задания 1.

1) На плане участка отыскиваем клумбу, находим ее радиус и вычисляем площадь:

$S = \pi \cdot 3^2 \approx 3{,}14 \cdot 9 \approx 28{,}27$. Ответ: 28.

2) Площадь всего участка равна $40 \cdot 28 = 1120$ м^2. Площадь дома вычислим как сумму площадей прямоугольников, составляющих дом на плане. Так как длина каждой клетки равна 2 м, то получаем, что площадь дома равна: $12 \cdot 10 + 2 \cdot (2 \cdot 4) + 1 \cdot 4 = 140$ м^2. Таким образом, площадь дома составляет $140 \div 1120 \cdot 100 = 12{,}5\%$ площади всего участка. Ответ: 12,5.

3) Для расчета необходимого числа упаковок плитки вычислим площадь дорожек и площадки перед гаражом. Площадка перед гаражом имеет площадь 32 м^2. Дорожка, ведущая от калитки к дому, имеет площадь 32 м^2. Площадь дорожки, ведущей вдоль дома до крыльца, равна 8 м^2. И наконец, дорожка ведущая к гаражу, имеет площадь 25 м^2. Таким образом, общая площадь, которую надо покрыть тротуарной плиткой, равна 97 м^2. Площадь, которую покрывает плитка, содержащаяся в одной упаковке, равна $0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 8 = 2$ м^2. Стало быть, для покрытия необходимо закупить 49 упаковок плитки, так как $97 \div 2 = 48{,}5$. Ответ: 49.

4) Для вычисления длины дорожки, напрямую ведущей от калитки в сарай, необходимо провести линию от правого края калитки до левого края двери в сарай. Получим прямоугольный треугольник с катетами, длина которых 20 м и 10 м соответственно. Вычислим длину гипотенузы: $\sqrt{20^2 + 10^2} = \sqrt{500} \approx 22{,}4$ м. Ответ: 22,4.

Статистика ответов на вопросы данного задания отражена на диаграмме (рис. 4).

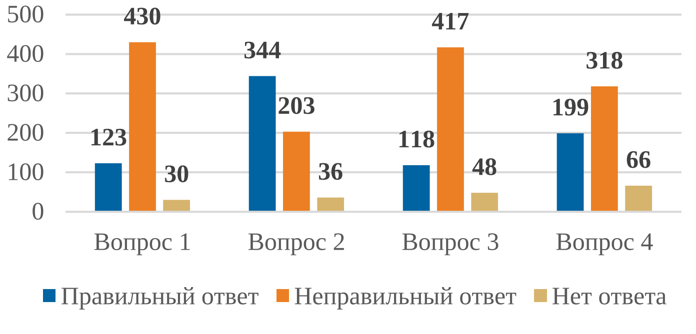

Рис. 4. Результаты решения практико-ориентированного задания

Количество неверных ответов по каждому из вопросов задачи заставляет задуматься о том, что у молодых учителей имеются сложности в умениях решать практико-ориентированные задачи [1], предполагающие использование элементарных геометрических знаний.

Данное задание носило практико-ориентированный характер и предполагало проверку умений применять геометрические знания в реальной жизни. Поэтому специфика этого задания состоит в необходимости:

а) внимательно и осмысленно прочитывать условия заданий;

б) вычленять из текста заданий необходимую для конкретной ситуации информацию;

в) грамотно считывать информацию с плана, учитывая масштаб;

г) выполнять несложные геометрические расчеты (вычисление площадей фигур, применение теоремы Пифагора) для конкретных практических ситуаций [2].

Ошибки при решении задания 1 могли быть допущены при неверном соотнесении данных в тексте задачи и на чертеже, невнимании к заданному масштабу (сторона каждой клетки равна 2 м), небрежности в расчетах.

Задание 2. В основании наклонной призмы лежит равнобедренный прямоугольный треугольник (рис. 5). Боковое ребро, выходящее из вершины прямого угла, образует с катетами основания углы по 60°. Найдите градусную меру угла меду боковым ребром и плоскостью основания призмы.

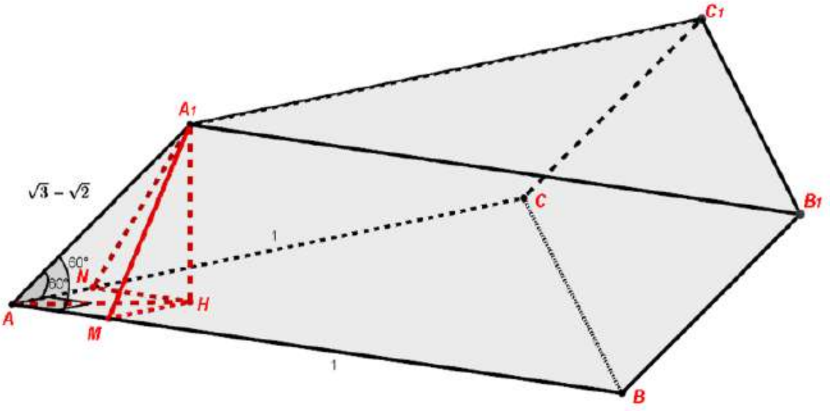

Рис. 5. Чертеж к заданию 2

Для решения задания 2 требовалось:

1) обозначить призму как $ABCA_1B_1C_1$ и провести $A_1H\perp(ABC)$, $A_1M\perp AB$, $A_1N\perp AC$;

2) доказать, что $\Delta A_1AM=\Delta A_1AN$, $\Delta A_1MH=\Delta A_1NH$, $\Delta AMH=\Delta ANH$ и найти $\angle MAH=\angle NAH=45°$;

3) обозначить $AA_1=a$ и последовательно вычислить $AM = AA_1\cdot\cos\angle A_1AM = a/2$, $MH = AM = a/2$, $AH = \sqrt{AM^2+MH^2} = a\sqrt{2/2}$, $A_1H = \sqrt{AA_1^2 - AH^2} = a\sqrt{2}/2$;

4) сделать вывод, что ΔA_1AH есть равнобедренный прямоугольный треугольник, и найти искомый угол $\angle A_1AH = 45°$.

Правильно задание 2 решили 22% участников, неверных решений было 55%, не приступали к решению 23% участников.

Верное решение задания 2 характеризует умение участников Олимпиады применять необходимые формулы и теоремы для вычисления величин углов в пространстве, знание определений и свойств элементов призмы и особенностей взаимного расположения точек, прямых и плоскостей.

Возможные ошибки при решении задания 2 могли быть связаны либо с неверным построением угла между прямой и плоскостью, либо с ошибкой в каких-либо промежуточных вычислениях.

Следующие два задания были взаимосвязаны. В задании 3 требовалось проанализировать данные на готовом чертеже и, используя рассуждения, правильно определить вид четырехугольника. Задание соответствовало содержанию курса геометрии 8 класса.

Задание 3. Определите вид четырехугольника, изображенного на чертеже (рис. 6) (одним цветом отмечены равные углы):

а) прямоугольник;

б) ромб;

в) квадрат;

г) трапеция;

д) такой фигуры не существует.

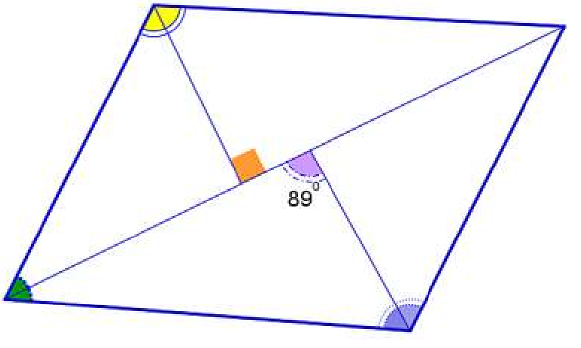

Рис. 6. Чертеж к заданию 3

При решении данного задания можно было использовать рассуждения для анализа условия или сужения поля поиска возможных вариантов ответа, однако для получения верного ответа требовалось проведение синтетических рассуждений о сумме углов треугольника и признаках параллельности прямых.

Результаты выполнения задания 3 следующие: 36% участников справились с заданием, 60% участников неверно выполнили задание, 4% участников не приступали к решению задания. Невысокие результаты выполнения задания можно объяснить редко встречающейся при обучении геометрии необходимостью анализировать предложенную геометрическую конфигурацию на чертеже при отсутствии четкого требования задачи. Хотя частное умение проводить анализ условия и получать 1–2 синтетических рассуждения, следующих из условия, является необходимым при решении геометрических задач.

Следующее задание предполагало проведение рефлексии над способом рассуждений при решении задания 3 и проверяло умение отличать виды утверждений о параллельных прямых.

Задание 4. В предыдущей задаче для определения вида фигуры вы использовали:

а) свойство параллельных прямых;

б) признак параллельности прямых;

в) определение параллельных прямых;

г) аксиому параллельных прямых.

Результаты выполнения задания 4 следующие: 54% участников правильно ответили на вопрос, 42% участников не справились с заданием, 5% участников не приступали к решению задания. Сравнивая результаты выполнения заданий 3 и 4, можно сделать вывод о том, что теоретические знания участников несколько превосходят умения применять их на практике. В целом 47% участников не смогли указать верные обоснования при решении геометрического задания, не могли отличить свойства от признаков объектов.

На ***основном этапе*** олимпиады участникам было предложено 4 олимпиадных геометрических задачи и 4 методических задания. На решение геометрических заданий выделялось 90 мин. На решение каждого методического задания отводилось по 15 мин. Перед заданиями указывалось максимальное количество баллов, которое можно получить за верное решение задания. На этом этапе проверялись развернутые письменные решения участников. Для решения геометрических задач требовалось применить метод площадей, координатный метод, поэтапно-вычислительный метод нахождения расстояний и углов в пространстве, методы комбинаторной геометрии. В методических заданиях проверялись умения определять типичные математические ошибки, корректно формулировать задания в соответствии с целями обучения, находить методические ошибки, видеть разные способы решения математических задач.

Работы участников были зашифрованы. Каждое задание проверяли два независимых эксперта, представляющих разные университеты. Итоговый балл участника олимпиады за каждое задание получался как среднее арифметическое количества баллов, выставленных первым и вторым экспертом. Если расхождение в баллах первого и второго эксперта за задание составляло 2 и более баллов, то задание проверял третий эксперт. В этом случае итоговый балл за задание определялся как среднее арифметическое баллов, полученных на первой проверке, и баллов, выставленных третьим экспертом. Итоговый балл участника за всю работу определялся суммированием всех баллов, полученных за каждое задание.

Приведем примеры нескольких заданий ***основного этапа*** олимпиады.

Задание 5. $ABCD$ – параллелограмм (рис. 7). Площади многоугольников $AILM$, EIJ, FJK, DMG равны соответственно 135, 10, 6, 8. Найдите площадь многоугольника $CGLK$.

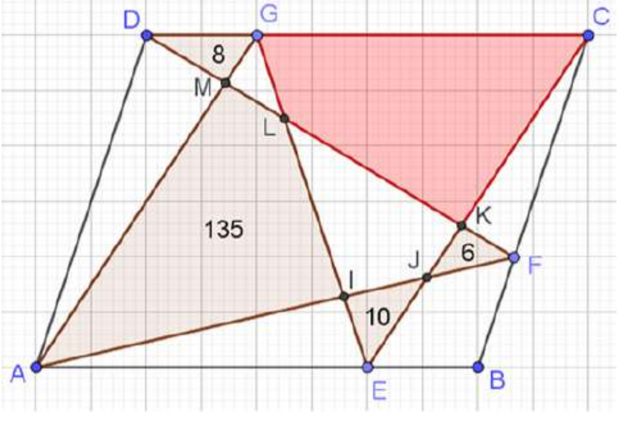

Рис. 7. Чертеж к заданию 5

Приведем решение задания 5. Площадь треугольника ADF равна половине площади параллелограмма $ABCD$. Сумма площадей треугольников AEG и BCE также равна половине площади параллелограмма $ABCD$. Обозначим x площадь многоугольника $CGLK$, y – площадь треугольника ADM, z – площадь четырехугольника $IJKL$. Тогда

$$y + 135 + z + 6 = 8 + y + x + z + 10.$$

Следовательно, $x = 123$. Ответ: 123.

Задание было направлено на проверку умений использовать метод площадей. Основная идея решения – использование свойства площадей: сумма площадей двух треугольников, имеющих одинаковую высоту и сумму оснований, равна сумме площадей двух других треугольников, имеющих ту же высоту и такую же сумму оснований. Максимальный балл можно было получить, если приведено правильное обоснованное решение. Предполагалось, что участники продемонстрируют знания о равновеликих фигурах, о соотнесении площадей треугольников, имеющих равные высоты.

Правильно задание 5 решили лишь 14% участников основного этапа Олимпиады (5 человек), не справились с этим заданием 81% (29 человек), 5% участников (2 человека) привели частично верное решение.

Задание 6. У многогранника 60 вершин. В каждой вершине сходится один пятиугольник и два шестиугольника. Сколько у этого многогранника ребер и граней?

Приведем решение задания 6. Обозначим В – число вершин, Р – число ребер, $Г_5$ – число пятиугольных граней, $Г_6$ – число шестиугольных граней. Так как в каждой вершине многогранника сходится три ребра, то имеет место равенство $3В = 2Р$. Следовательно, $Р = 90$. Так как в каждой вершине сходится один пятиугольник, то имеет место равенство $В = 5Г_5$. Следовательно, $Г_5 = 12$. Так как в каждой вершине сходится два шестиугольника, то имеет место равенство $2В = 6Г_6$. Следовательно, $Г_6 = 20$. Общее число граней равно 32.

Этот многогранник – усеченный икосаэдр (рис. 8).

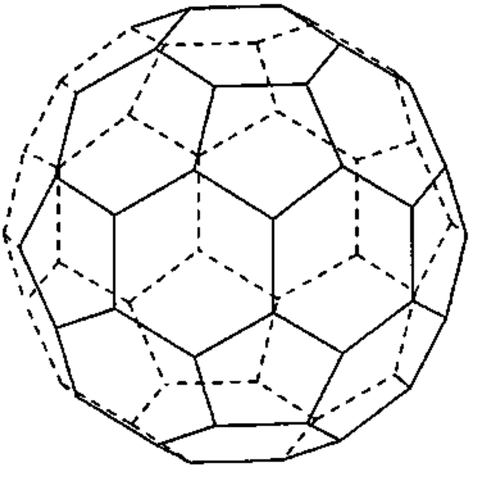

Рис. 8. Многогранник, соответствующий условиям задания 6

Ответ: 90 и 32.

Это задание было направлено на проверку знаний о соотношениях между числом вершин, ребер и граней многогранников. Максимальное число баллов за задание можно было получить, если на оба вопроса задачи приведено обоснованное решение и получен верный ответ. Участники использовали разные способы решения задания – от комбинаторных рассуждений до составления системы линейных уравнений. Некоторые из участников зафиксировали в первых строках своих решений, что это усеченный икосаэдр, в форме которого изготавливают поверхность футбольного мяча [3], и обосновали, почему это именно он, ориентируясь на данные задачи, что свидетельствует о глубоких знаниях отдельных участников о пространственных полуправильных многогранниках.

Правильное решение этого задания привели 28% участников основного этапа Олимпиады (10 человек), не справились с этим заданием 39% (14 человек), 33% участников (12 человек) привели частично верное решение.

Приведем пример методического задания.

Задание 7. Известна конструкция геометрической задачи на доказательство: «На чертеже (рис. 9) изображен треугольник ABC, в котором проведены высота BH, биссектриса BK и медиана BM. Докажите, что биссектриса BK лежит между медианой BM и высотой BH». Учитель хочет использовать данную конструкцию для организации учебного исследования в классе. Сформулируйте задачу так, чтобы она стала задачей на исследование.

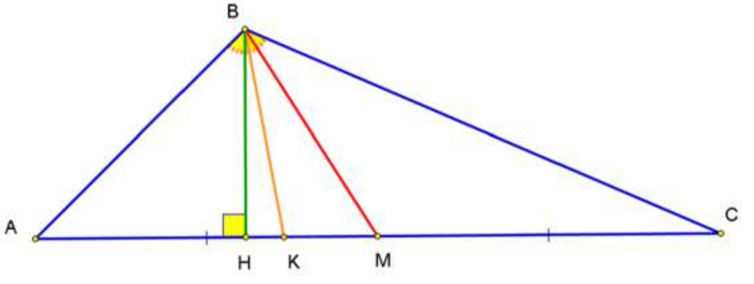

Рис. 9. Чертеж к заданию 7

Задание было направлено на проверку у участников знаний о видах геометрических задач, умения видеть частные случаи в исследовании, умения корректно формулировать геометрические утверждения. Подобное задание на установление зависимостей может быть использовано в обучении геометрии на этапе мотивации изучения теоремы [4, с. 53].

Первоначальную задачу на доказательство можно сформулировать в следующем виде: «Из одной и той же вершины неравнобедренного треугольника проведены биссектриса, медиана и высота. Докажите, что биссектриса лежит между медианой и высотой».

Примеры возможных формулировок задачи на исследование:

- «Как расположены относительно друг друга биссектриса, медиана и высота, проведенные из одной вершины неравнобедренного треугольника? Для чего в задаче указан вид треугольника?»
- «Если из одной и той же вершины неравнобедренного треугольника провести медиану, биссектрису и высоту, то какой из этих отрезков будет самым длинным, а какой – самым коротким отрезком. Будет ли верным полученное утверждение, если не указывать вид треугольника?»

- «Если из одной и той же вершины треугольника провести медиану, биссектрису и высоту, то какой из этих отрезков будет самым длинным, а какой – самым коротким отрезком. Для любых ли видов треугольников будет ли верным данное утверждение?»

Максимальный балл за решение задания можно было получить, если задача соответствовала виду исследовательской задачи, в формулировке учитывалось, что отрезки проведены из одной вершины, присутствует указание на исследование случая равнобедренного треугольника, верно использована терминология.

Результаты решения данного методического задания: 17% (6 участников) не справились с решением данной задачи, 78% (28 участников) решили задание частично, 5% (2 участника) решили задание верно. При выполнении задания у участников возникали сложности в корректной формулировке геометрических утверждений. Большинство участников не указывали необходимый для исследования случай равнобедренного треугольника.

Анализ решений заданий олимпиады показал, что тема «Обучение геометрии в школе» остается сложной для самих молодых педагогов, а следовательно, они испытывают трудности в обучении геометрии своих учеников. Имеются пробелы в выстраивании логических конструкций, выявлении причинно-следственных связей, в умении корректно формулировать геометрические утверждения, в знаниях методических особенностей обучения геометрии. Участие в олимпиаде помогло молодым учителям не только увидеть пробелы, но и продемонстрировать свои сильные стороны в знании геометрии и методики ее преподавания.

Итоги Всероссийской олимпиады по математике и методике ее преподавания были подведены и объявлены 26 апреля 2023 г. на заключительном вебинаре Межрегионального студенческого семинара молодых учителей математики. Победителями Олимпиады стали как студенты различных, в основном педагогических, вузов России, так и молодые талантливые педагоги, которые работают учителями математики в российских школах. Количество призеров (занявших II и III места) и победителей (занявших I место) по номинациям отражено в табл. 1.

Таблица 1

Число призеров и победителей олимпиады

Возраст	18 лет – 22 года	23 года – 28 лет	29–35 лет
I место	3	1	1
II место	2	1	2
III место	1	3	1

Все участники олимпиады получили электронные сертификаты участника, а победители и призеры, кроме дипломов, еще и памятные призы от издательства «Просвещение-Союз». Это учебно-методические комплекты по математике различных авторских коллективов, а также подарочные издания книг. Призеры и победители олимпиады, которые учатся в бакалавриате, получили также сертификаты, которые могут учитываться в баллах за индивидуальные достижения при поступлении в магистратуру трех вузов – организаторов олимпиады.

Вузам Олимпиада может быть интересна в качестве одного из видов независимой диагностики математической и методической подготовки студентов и выпускников. Анализ ее результатов позволяет принимать решения для совершенствования программ подготовки студентов [5; 6].

Расширяющаяся география участников и их количество показывают, что Олимпиада и Семинар необходимы молодым специалистам. Изменения, происходящие в системе образования, перспектива перехода на единые учебники подчеркивают важность сохранения лучших традиций и достижений методической науки. Поэтому развитие Межрегионального студенческого семинара молодых учителей математики и Всероссийской олимпиады молодых учителей по математике и методике ее преподавания является полезным направлением для совместной деятельности ведущих педагогических вузов и крупнейшего издательства учебной литературы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Егупова М. В.* Практико-ориентированное обучение математике в школе: проблемы и перспективы научных исследований // Наука и школа. 2022. № 4. С. 85–95. DOI: https://doi.org/10.31862/1819-463X-2022-4-85-95
2. *Захарова Т. А., Молчева Е. А., Семеняченко Ю. А.* Практико-ориентированные задания по математике для формирования математической грамотности учащихся: учеб.-метод. пособие. М.: МГПУ, 2022. 104 с.
3. *Смирнов В. А., Смирнова И. М.* О форме футбольного мяча // Математика в школе. 2021. № 2. С. 32–37.
4. Теория и методика обучения математике в школе: учеб. пособие / Л. О. Денищева, А. Е. Захарова, М. Н. Кочагина [и др.]. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2011. 413 с.
5. Педагогическая направленность математических дисциплин в подготовке будущих учителей математики: моногр. / А. В. Ушаков, Ю. А. Семеняченко, В. Г. Покровский [и др.]. М.: Изд-во «Спутник +», 2016. 144 с.
6. Подготовка будущих учителей математики к участию в проекте «Сертификат “Московский учитель”»: моногр. / Л. О. Денищева, Т. А. Захарова, О. В. Кирюшкина [и др.]. М.: МГПУ, 2022. 180 с.

REFERENCES

1. Egupova M. V. Praktiko-orientirovannoe obuchenie matematike v shkole: problemy i perspektivy nauchnykh issledovaniy. *Nauka i shkola*. 2022, No 4, pp. 85–95. DOI: https://doi.org/10.31862/1819-463X-2022-4-85-95.
2. Zakharova T. A., Molcheva E. A., Semenyachenko Yu. A. *Praktiko-orientirovannye zadaniya po matematike dlya formirovaniya matematicheskoy gramotnosti uchashchikhsya: ucheb.-metod. posobie*. Moscow: MGPU, 2022. 104 p.
3. Smirnov V. A., Smirnova I. M. O forme futbolnogo myacha. *Matematika v shkole*. 2021, No. 2, pp. 32–37.
4. Denishcheva L. O., Zakharova A. E., Kochagina M. N. et al. *Teoriya i metodika obucheniya matematike v shkole: ucheb. posobie*. Moscow: Binom. Laboratoriya znaniy, 2011. 413 p.
5. Ushakov A. V., Semenyachenko Yu. A., Pokrovskiy V. G. et al. *Pedagogicheskaya napravlennost matematicheskikh distsiplin v podgotovke budushchikh uchiteley matematiki: monogr.* Moscow: Izd-vo “Sputnik +”, 2016. 144 p.
6. Denishcheva L. O., Zakharova T. A., Kiryushkina O. V. et al. *Podgotovka budushchikh uchiteley matematiki k uchastiyu v proekte “Sertifikat ‘Moskovskiy uchitel’”: monogr.* Moscow: MGPU, 2022. 180 p.

Кочагина Мария Николаевна, кандидат педагогических наук, доцент, департамент математики и физики института цифрового образования, Московский городской педагогический университет
e-mail: kochaginamn@mgpu.ru

Kochagina Maria N., PhD in Education, Associate Professor, Mathematics and Physics Department, Institute of Digital Education, Moscow City University
e-mail: kochaginamn@mgpu.ru

Мардахаева Елена Львовна, кандидат педагогических наук, доцент, департамент математики и физики института цифрового образования, Московский городской педагогический университет
e-mail: mantissa-l@mail.ru

Mardakhaeva Elena L., PhD in Education, Associate Professor, Mathematics and Physics Department, Institute of Digital Education, Moscow City University
e-mail: mantissa-l@mail.ru

Семеняченко Юлия Александровна, кандидат педагогических наук, доцент, департамент математики и физики института цифрового образования, Московский городской педагогический университет
e-mail: semenyachenckoua@mgpu.ru

Semenyachencko Yulia A., PhD in Education, Associate Professor, Mathematics and Physics Department, Institute of Digital Education, Moscow City University
e-mail: semenyachenckoua@mgpu.ru

Смирнов Владимир Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой элементарной математики института математики и информатики, Московский педагогический государственный университет
e-mail: v-a-smirnov@mail.ru

Smirnov Vladimir A., ScD in Physics and Mathematics, Full Professor, Head, Elementary Mathematics Department, Institute of Mathematics and Computer Science, Moscow Pedagogical State University
e-mail: v-a-smirnov@mail.ru

Ушаков Андрей Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент, департамент математики и физики института цифрового образования, Московский городской педагогический университет
e-mail: ushakovav@mgpu.ru

Ushakov Andrey V., PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Mathematics and Physics Department, Institute of Digital Education, Moscow City University
e-mail: ushakovav@mgpu.ru

Статья поступила в редакцию 25.07.2023
The article was received on 25.07.2023